Terceira avaliação - MAT01168 - MATEMÁTICA APLICADA II - Turma A

Nome: Cartão: Turma:

Regras a observar:

- Seja sucinto porém completo.
- Justifique todo procedimento usado.
- Use notação matemática consistente.
- Trabalhe individualmente a sem uso de material de consulta além do fornecido.
- Devolva o caderno de questões preenchido ao final da prova.
- Não é permitido destacar folhas. Se precisar de folhas adicionais, solicite ao professor.
- É permitido o uso de calculadoras científicas sem recursos gráficos, de computação simbólica (ex. resolução de integrais) ou armazenamento de textos.

Formulário:

1. $\cos(2t) = \cos^2(t) - \sin^2(t)$
2. $\sin(2t) = 2\sin(t)\cos(t)$
3. $(a+b)^n = \sum_{j=0}^{n} \binom{j}{n} a^{n-j} b^j$, $\binom{j}{n} = \frac{n!}{(n-j)!j!}$

Questão 1(3.0) Considere a função $f(t)$ dada por

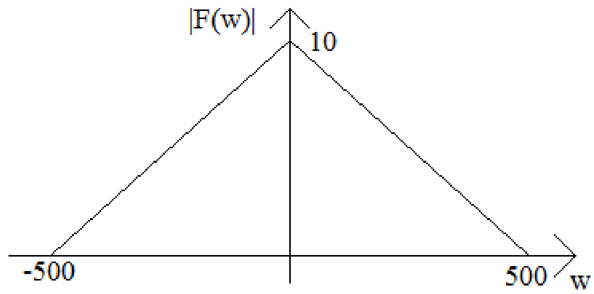
$$f(t) = \begin{cases} 0, & t \leq 0 \\ e^{-at}, & t > 0 \end{cases}$$

onde $a > 0$.

a) (1.0) Classifique esta função quanto à paridade, continuidade e causalidade. Esboce seu gráfico indicando eixos e valores notáveis.

b) (2.0) Encontre a transformada de Fourier $F(w)$ de $f(t)$ e escreva na forma trigonométrica. Esboce o gráfico do espectro de amplitudes.

Questão 2 (3.0) Considere o sinal $f(t)$ e sua transformada de Fourier $F(w)$. O espectro de amplitudes de $F(w)$ é dado na figura abaixo.



Aplicando as propriedades convenientes da Transformada de Fourier, faça o que se pede:

a) (1.0) Trace o diagrama de amplitudes do espectro de $g(t) = f(-2t)$.

b) (1.0) Trace o diagrama de amplitudes do espectro de $g(t) = f(t)\cos(2000t)$.

c) (1.0) Trace o diagrama de amplitudes do espectro de $g(t) = f'(t)$.

Questão 3(2.0) Encontre uma representação em séries de Fourier para função onda quadrada dada por

$$f(t) = \begin{cases} -1, & -T/2 < t \leq 0 \\ 1, & -0 < t \leq T/2 \end{cases}$$

onde $T > 0$ e $f(t+T) = f(t)$. **Obs:** Você deve simplificar a solução de forma a encontrar expressões algébricas simples para os coeficientes de Fourier de tal forma que não envolvam funções trigonométricas.

Questão 4(2.0)Usando a Transformada de Fourier encontre a solução da equação do calor dada por:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u(x,t)}{\partial t} = \dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2}, \quad -\infty < x < \infty, \;\; t > 0 \\ u(x,0) = \delta(x), \quad -\infty < x < \infty \end{cases}$$