Terceira avaliação - MAT01168 - MATEMÁTICA APLICADA II - Turma C

Nome: Cartão: Turma:

Regras a observar:

- Seja sucinto porém completo.
- Justifique todo procedimento usado.
- Use notação matemática consistente.
- Trabalhe individualmente a sem uso de material de consulta além do fornecido.
- Devolva o caderno de questões preenchido ao final da prova.
- Não é permitido destacar folhas. Se precisar de folhas adicionais, solicite ao professor.
- É permitido o uso de calculadoras científicas sem recursos gráficos, de computação simbólica (ex. resolução de integrais) ou armazenamento de textos.

Formulário:

1. $\cos(2t) = \cos^2(t) - \sin^2(t)$
2. $\sin(2t) = 2\sin(t)\cos(t)$
3. $(a+b)^n = \sum_{j=0}^{n} \binom{j}{n} a^{n-j} b^j$, $\binom{j}{n} = \frac{n!}{(n-j)!j!}$

Questão 1 (3.0) Considere a função $f(t)$ dada por

$$f(t) = \frac{a^2}{a^2 + t^2}$$

onde $a > 0$.

a) (1.0) Classifique esta função quanto à paridade, continuidade e causalidade. Esboce seu gráfico indicando eixos e valores notáveis.

b) (2.0) Encontre a transformada de Fourier $F(w)$ de $f(t)$ e escreva na forma trigonométrica. Esboce o diagrama de amplitudes do espectro.

Questão 2 (3.0) Sabendo que a transformada de Fourier de $f(t) = e^{-t^2}$ é dada por $F(w) = \sqrt{\pi} e^{-\frac{w^2}{4}}$, use as convenientes propriedades da Transformada de Fourier para responder o que se pede:

a) (1.0) Qual a transformada de Fourier de $g(t) = e^{-a^2 t^2}$ onde a é uma constante positiva?

b) (1.0) Sendo $h(t) = \cos(20t) f(t)$, encontre a transformada da Fourier de $h(t)$ e esboce o diagrama de amplitudes.

c) (1.0) Sendo $i(t) = \cos(20t)^2 f(t)$, encontre a transformada da Fourier de $i(t)$ e esboce o diagrama de amplitudes.

Questão 3 (2.0) Encontre uma representação em séries de Fourier para o trem de impulsos dado por

$$\delta_T(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT).$$

Questão 4 (2.0)Usando a Transformada de Fourier encontre a solução da equação do calor dada por:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u(x,t)}{\partial t} = \dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2}, & -\infty < x < \infty, \quad t > 0 \\ u(x,0) = \cos(k_0 x), & ,-\infty < x < \infty \end{cases}$$

Dica: Você pode usar sem demonstrar que $\mathcal{F}_x\left\{e^{iax}\right\} = 2\pi\delta(k-a)$.