UFRGS – INSTITUTO DE MATEMÁTICA
Departamento de Matemática Pura e Aplicada
MAT01168 - Turma B - 2012/1
Terceira avaliação - Grupo 1

1	2	3	4	Total

Nome: ____ **Cartão:** ____________

Regras a observar:

- Seja sucinto porém completo.
- Justifique todo procedimento usado.
- Use notação matemática consistente.
- Trabalhe individualmente e sem uso de material de consulta além do fornecido.
- Devolva o caderno de questões preenchido ao final da prova.
- Não é permitido destacar folhas nem usar folhas adicionais.

Formulário:

1. $\cos(2t) = \cos^2(t) - \operatorname{sen}^2(t)$
2. $\operatorname{sen}(2t) = 2\operatorname{sen}(t)\cos(t)$
3. $(a+b)^n = \displaystyle\sum_{j=0}^{n} \binom{j}{n} a^{n-j} b^j, \ \binom{j}{n} = \frac{n!}{(n-j)!j!}$
4. $\displaystyle\int u \cos u du = \cos(u) + u \operatorname{sen}(u) + C$
5. $\displaystyle\int u \operatorname{sen} u du = \operatorname{sen}(u) - u\cos(u) + C$
6. $\displaystyle\int u e^u du = e^u(u-1) + C$

Questão 1(2.5) Verifique quais das afirmações abaixo são verdadeiras justificando cuidadosamente usando a teoria dada em aula.

a) (1.0) Se $f(t) = e^{-ax^2}$ e $g(t) = e^{-bx^2}$ onde a e b são constantes positivas então $h(t) = f(x) * g(x)$ é da forma Ne^{-cx^2} onde N e c são constantes positivas.

b) (0.75) Se $f(t) = \sum_{n=1}^{\infty} 2^{-n} \cos^2\left(\frac{2\pi n t}{T}\right)$ então $f(t)$ é uma função periódica e sua frequência (angular) fundamental é $w_F = \frac{2\pi}{T}$.

c) (0.75) Quando reduzimos a velocidade de reprodução de uma gravação de áudio, temos a sensação de que o som se tornou mais grave.

- **Questão 2** (2.5 pontos): Considere a função

$$f(t) = \begin{cases} \operatorname{sen}(t), & \operatorname{sen}(t) \geq 0 \\ 0, & \operatorname{sen}(t) < 0 \end{cases}$$

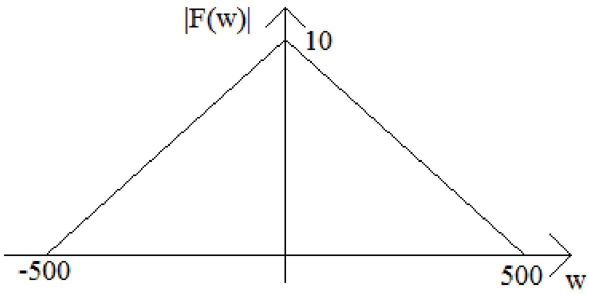
Sabendo que

$$f(t) = E + F \operatorname{sen} t - \frac{2}{\pi}\left(\frac{\cos 2t}{1 \cdot 3} + \frac{\cos 4t}{3 \cdot 5} + \frac{\cos 6t}{5 \cdot 7} + \cdots + \frac{\cos(2nt)}{(2n-1)(2n+1)} + \cdots\right)$$

a) (1.0) Obtenha os valores das constantes E e F.

b) (1.5) Esboce os gráficos dos espectro de amplitude e fase contemplando pelo menos 3 raias espectrais à esquerda de $w = 0$ e três raias espectrais à direita de $w = 0$.

• **Questão 3** (2.5 pontos): Considere o sinal $f(t)$ e sua transformada de Fourier $F(w)$. O espectro de amplitudes de $F(w)$ é dado na figura abaixo.



a) (1.0) Esboce o diagrama de amplitudes de $f'(t)\cos(5000t)$

b) (1.5) Sabendo que $F(w)$ é um número real não-negativo, encontre $f(t)$.

• **Questão 4** (2.5 pontos): Um fluido se desloca em um tubo termicamente isolado com velocidade constante v de forma que a evolução da temperatura $u(x,t)$ como uma função da coordenada x e do tempo é descrita pelo seguinte modelo simplificado:

$$u_t - vu_x - u_{xx} = 0.$$

Sabendo que no instante $t = 0$, a temperatura foi bruscamente aquecida em uma região muito pequena, de forma que podemos considerar

$$u(x,0) = 500\delta(x).$$

Use a técnica das transformadas de Fourier para obter a solução desta equação diferencial quando $v = 1m/s$ e esboce o gráfico da solução quando $t = 0$ e $t = 1s$.