

Nome:

Cartão:

Turma:

Regras a observar:

- Seja sucinto porém completo.
- Justifique todo procedimento usado.
- Use notação matemática consistente.
- Trabalhe individualmente a sem uso de material de consulta além do fornecido.
- Devolva o caderno de questões preenchido ao final da prova.
- Não é permitido destacar folhas. Se precisar de folhas adicionais, solicite ao professor.
- É permitido o uso de calculadoras científicas sem recursos gráficos, de computação simbólica (ex. resolução de integrais) ou armazenamento de textos.

Questão 1 (3.0) Considere a função dente-de-serra (quinto item da tabela gráfica):

- a) (1.5) Represente a função $f(t)$ em termos de funções de Heaviside. Calcule sua derivada $g(t) = f'(t)$. Esboce o gráfico de $g(t)$ indicando valores notáveis (pontos de máximo, mínimo, zeros etc).
- b) (1.5) Calcule as transformadas de Laplace $F(s)$ e $G(s)$. Obs.: Você deve mostrar esses resultados através de princípios básicos. Não copie resultados da tabela gráfica.

Questão 2 (2.5) A concentração citoplasmática de determinada droga pode ser modelada pela seguinte equação diferencial ordinária:

$$c'(t) = -\frac{1}{\tau}c(t) + q(t)$$

onde $q(t)$ representa ingestão da droga, τ é uma constante positiva chamada *clearance rate*. Considere que um paciente receba uma dose por dia desse medicamento (em horários idênticos) durante três dias. Sabendo que $\tau = 2$ dias e e que uma dose representa 2 ml/Kg. Faça o que se pede:

- a) (0.5) Modele a injeção da droga como instantânea (impulsos) e defina $t = 0$ como o momento da administração da primeira dose. Expresse o termo $q(t)$ e esboce o gráfico. Use o dia como unidade de tempo.
- b) (1.0) Usando a técnica da Transformada de Laplace obtenha a solução $c(t)$. Considere nula a concentração antes do tratamento.
- c) (1.0) Esboce o gráfico da solução $c(t)$ e calcule o valor da concentração máxima. Use o dia como unidade de tempo.

Questão 3 (2.0) Seja $f(t) = e^{at}$, demonstre que $\mathcal{L}\{f(t)\} = \frac{1}{s-a}$.

- a) (1.0) Diretamente da definição de Transformada de Laplace.
- b) (1.0) Usando a técnica das séries de potência.

Questão 4 (2.5) Usando procedimentos algébricos e as tabelas fornecidas, calcule as seguintes transformadas. Indique os itens das tabela quando usar resultados tabelados.

a) (1.5) $\mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{se^{-s}}{(s-2)(s^2+1)} \right\}$

b) (1.0) $\mathcal{L} \{e^{-2t} \sin^2(t)\}$