UFRGS – INSTITUTO DE MATEMÁTICA
Departamento de Matemática Pura e Aplicada
MAT01168 - Turma B - 2012/1
Segunda avaliação - Grupo 2

1	2	3	4	Total

Nome: ____ **Cartão:** ____________

Regras a observar:

- Seja sucinto porém completo.
- Justifique todo procedimento usado.
- Use notação matemática consistente.
- Trabalhe individualmente e sem uso de material de consulta além do fornecido.
- Devolva o caderno de questões preenchido ao final da prova.
- Não é permitido destacar folhas nem usar folhas adicionais.

Formulário:

1. $\cosh(x) = \dfrac{e^x + e^{-x}}{2}$
2. $\operatorname{senh}(x) = \dfrac{e^x - e^{-x}}{2}$
3. $\cos(t) = \dfrac{e^{it} + e^{-it}}{2}$
4. $\operatorname{sen}(t) = \dfrac{e^{it} - e^{-it}}{2i}$
5. $\cos(2t) = \cos^2(t) - \operatorname{sen}^2(t)$
6. $\operatorname{sen}(2t) = 2\operatorname{sen}(t)\cos(t)$
7. $(a+b)^n = \displaystyle\sum_{j=0}^{n} \binom{j}{n} a^{n-j} b^j, \ \binom{j}{n} = \frac{n!}{(n-j)!j!}$

• **Questão 1** (3.0 pontos): Considere o circuito RLC representado na figura abaixo:

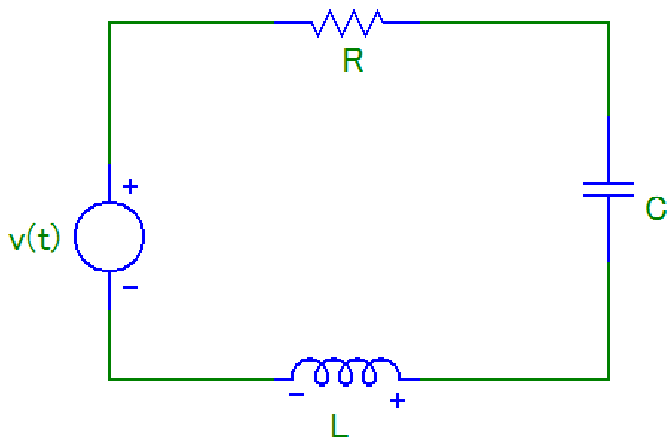


Figura 1: Circuito RLC

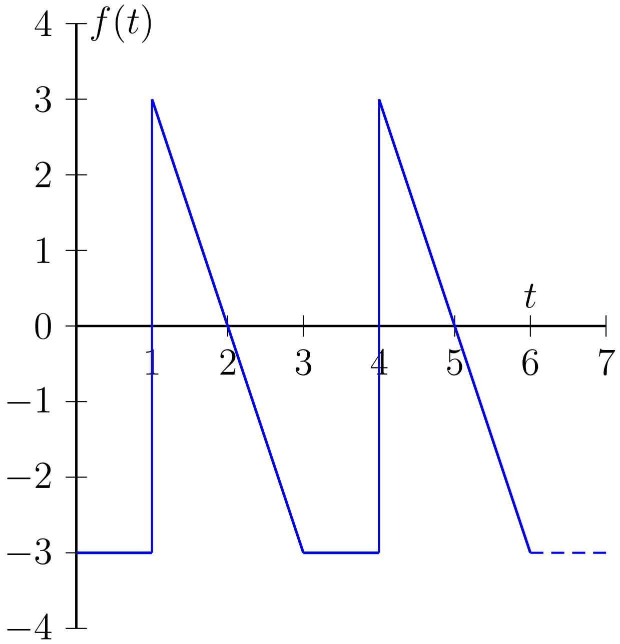
onde $R = 1\Omega$, $L = \frac{1}{2}H$ e $C = 2F$, a carga inicial no capacitor e a corrente incial na malha são nulas. Use a teoria das transformadas de Laplace para calcular a corrente $i(t)$ quando a tensão $v(t)$ na fonte é dada por

$$v(t) = \begin{cases} 5, & 0 \leq t < 2, \\ 10, & t > 2. \end{cases}$$

Esboce o gráfico corrente $i(t)$ como função tempo. Lembre que este circuito é governado pela seguinte equação:

$$L\frac{di(t)}{dt} + Ri(t) + \frac{1}{C}\left(q(0) + \int_0^t i(\tau)d\tau\right) = v(t).$$

• **Questão 2** (2.0 pontos): Considere a função períodica $f(t)$ de período 3 cujo gráfico é apresentado abaixo.



a) (0.5) Esboce o gráfico da derivada $g(t) = f'(t)$.

b) (1.5) Obtenha a transformada de Laplace $G(s)$ de $g(t)$ e $F(s)$ de $f(t)$.

- **Questão 3** (2.0 pontos): Calcule as seguintes transformadas:

  a) (0.5) $\mathcal{L}\left\{e^{-t/2}t^2\sum_{k=0}^{3}\delta(t-2k)\right\}$

  b) (0.75) $\mathcal{L}\left\{t^2 J_0(3t)\right\}$

  c) (0.75) $\mathcal{L}\left\{\text{sen}^3(wt)\right\}$

• **Questão 4** (3.0 pontos): Resolva a seguinte equação íntegro-diferencial de Volterra:

$$y'(t) + y(t) - 3e^t \int_0^t y(\tau)e^{-\tau} d\tau = 2e^{-3t}$$

Usando a técnica das transformadas de Laplace sabendo que $y(0) = 2$.