UFRGS – INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA
Departamento de Matemática Pura e Aplicada
MAT01168 - Turma D - 2016/2
Prova da área IA

1 - 5	6	7	Total

Nome: Gabarito ______________________ **Cartão:** ____________

Regras Gerais:

- Não é permitido o uso de calculadoras, telefones ou qualquer outro recurso computacional ou de comunicação.
- Trabalhe individualmente e sem uso de material de consulta além do fornecido.
- Devolva o caderno de questões preenchido ao final da prova.

Regras para as questões abertas:

- Seja sucinto, completo e claro.
- Justifique todo procedimento usado.
- Indique identidades matemáticas usadas, em especial, itens da tabela.
- Use notação matemática consistente.

Identidades:

$\mathrm{sen}(x) = \dfrac{e^{ix} - e^{-ix}}{2i}$	$\cos(x) = \dfrac{e^{ix} + e^{-ix}}{2}$
$\mathrm{senh}(x) = \dfrac{e^{x} - e^{-x}}{2}$	$\cosh(x) = \dfrac{e^{x} + e^{-x}}{2}$
$(a+b)^n = \sum_{j=0}^{\infty} \binom{n}{j} a^{n-j} b^j, \quad \binom{n}{j} = \dfrac{n!}{j!(n-j)!}$	
$\mathrm{sen}(x+y) = \mathrm{sen}(x)\cos(y) + \mathrm{sen}(y)\cos(x)$	
$\cos(x+y) = \cos(x)\cos(y) - \mathrm{sen}(x)\,\mathrm{sen}(y)$	

Propriedades:

1	Linearidade	$\mathcal{L}\{\alpha f(t) + \beta g(t)\} = \alpha \mathcal{L}\{f(t)\} + \beta \mathcal{L}\{g(t)\}$
2	Transformada da derivada	$\mathcal{L}\{f'(t)\} = s\mathcal{L}\{f(t)\} - f(0)$ $\mathcal{L}\{f''(t)\} = s^2\mathcal{L}\{f(t)\} - sf(0) - f'(0)$
3	Deslocamento no eixo s	$\mathcal{L}\{e^{at}f(t)\} = F(s-a)$
4	Deslocamento no eixo t	$\mathcal{L}\{u(t-a)f(t-a)\} = e^{-as}F(s)$ $\mathcal{L}\{u(t-a)\} = \dfrac{e^{-as}}{s}$
5	Transformada da integral	$\mathcal{L}\left\{\int_0^t f(\tau)d\tau\right\} = \dfrac{F(s)}{s}$
6	Filtragem da Delta de Dirac	$\int_{-\infty}^{\infty} f(t)\delta(t-a)dt = f(a)$
7	Transformada da Delta de Dirac	$\mathcal{L}\{\delta(t-a)\} = e^{-as}$
8	Teorema da Convolução	$\mathcal{L}\{(f*g)(t)\} = F(s)G(s)$, onde $(f*g)(t) = \int_0^t f(\tau)g(t-\tau)d\tau$
9	Transformada de funções periódicas	$\mathcal{L}\{f(t)\} = \dfrac{1}{1-e^{-sT}}\int_0^T e^{-s\tau}f(\tau)d\tau$
10	Derivada da transformada	$\mathcal{L}\{tf(t)\} = -\dfrac{dF(s)}{ds}$
11	Integral da transformada	$\mathcal{L}\left\{\dfrac{f(t)}{t}\right\} = \int_s^{\infty} F(\hat{s})\hat{s}$

Séries:

$\dfrac{1}{1-x} = \sum_{n=0}^{\infty} x^n = 1 + x + x^2 + x^3 \cdots, \quad -1 < x < 1$
$\dfrac{x}{(1-x)^2} = \sum_{n=1}^{\infty} nx^n = x + 2x^2 + 3x^3 + \cdots, \quad -1 < x < 1$
$e^x = \sum_{n=0}^{\infty} \dfrac{x^n}{n!} = 1 + x + \dfrac{x^2}{2!} + \dfrac{x^3}{3!} + \cdots, \quad -\infty < x < \infty$
$\ln(1+x) = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \dfrac{x^{n+1}}{n+1}, \quad -1 < x < 1$
$\arctan(x) = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \dfrac{x^{2n+1}}{2n+1}, \quad -1 < x < 1$
$\mathrm{sen}(x) = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \dfrac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}, \quad -\infty < x < \infty$
$\cos(x) = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \dfrac{x^{2n}}{(2n)!}, \quad -\infty < x < \infty$
$\mathrm{senh}(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \dfrac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}, \quad -\infty < x < \infty$
$\cosh(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \dfrac{x^{2n}}{(2n)!}, \quad -\infty < x < \infty$
$(1+x)^m = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \dfrac{m(m-1)\cdots(m-n+1)}{n!}x^n,$ $-1 < x < 1,\ m \neq 0, 1, 2, ...$

Funções especiais:

Função Gamma	$\Gamma(k) = \int_0^{\infty} x^{k-1}e^{-x}dx$
Propriedade da Função Gamma	$\Gamma(k+1) = k\Gamma(k), \quad k > 0$ $\Gamma(n+1) = n!, \quad n \in \mathbb{N}$
Função de Bessel modificada de ordem ν	$I_\nu(x) = \sum_{m=0}^{\infty} \dfrac{1}{m!\Gamma(m+\nu+1)}\left(\dfrac{x}{2}\right)^{2m+\nu}$
Função de Bessel de ordem 0	$J_0(x) = \sum_{m=0}^{\infty} \dfrac{(-1)^m}{m!^2}\left(\dfrac{x}{2}\right)^{2m}$
Integral seno	$\mathrm{Si}\,(t) = \int_0^t \dfrac{\mathrm{sen}(x)}{x}dx$

Integrais:

$\int xe^{\lambda x}\,\mathrm{d}x = \dfrac{e^{\lambda x}}{\lambda^2}(\lambda x - 1) + C$
$\int x^2e^{\lambda x}\,\mathrm{d}x = e^{\lambda x}\left(\dfrac{x^2}{\lambda} - \dfrac{2x}{\lambda^2} + \dfrac{2}{\lambda^3}\right) + C$
$\int x^n e^{\lambda x}\,\mathrm{d}x = \dfrac{1}{\lambda}x^n e^{\lambda x} - \dfrac{n}{\lambda}\int x^{n-1}e^{\lambda x}\mathrm{d}x + C$
$\int x\cos(\lambda x)\,dx = \dfrac{\cos(\lambda x) + \lambda x\,\mathrm{sen}(\lambda x)}{\lambda^2} + C$
$\int x\,\mathrm{sen}(\lambda x)\,dx = \dfrac{\mathrm{sen}(\lambda x) - \lambda x\cos(\lambda x)}{\lambda^2} + C$

Tabela de transformadas de Laplace:

	$F(s)=\mathcal{L}\{f(t)\}$	$f(t)=\mathcal{L}^{-1}\{F(s)\}$
1	$\dfrac{1}{s}$	1
2	$\dfrac{1}{s^2}$	t
3	$\dfrac{1}{s^n},\qquad (n=1,2,3,...)$	$\dfrac{t^{n-1}}{(n-1)!}$
4	$\dfrac{1}{\sqrt{s}},$	$\dfrac{1}{\sqrt{\pi t}}$
5	$\dfrac{1}{s^{\frac{3}{2}}},$	$2\sqrt{\dfrac{t}{\pi}}$
6	$\dfrac{1}{s^k},\qquad (k>0)$	$\dfrac{t^{k-1}}{\Gamma(k)}$
7	$\dfrac{1}{s-a}$	e^{at}
8	$\dfrac{1}{(s-a)^2}$	te^{at}
9	$\dfrac{1}{(s-a)^n},\qquad (n=1,2,3...)$	$\dfrac{1}{(n-1)!}t^{n-1}e^{at}$
10	$\dfrac{1}{(s-a)^k},\qquad (k>0)$	$\dfrac{1}{\Gamma(k)}t^{k-1}e^{at}$
11	$\dfrac{1}{(s-a)(s-b)},\qquad (a\neq b)$	$\dfrac{1}{a-b}\left(e^{at}-e^{bt}\right)$
12	$\dfrac{s}{(s-a)(s-b)},\qquad (a\neq b)$	$\dfrac{1}{a-b}\left(ae^{at}-be^{bt}\right)$
13	$\dfrac{1}{s^2+w^2}$	$\dfrac{1}{w}\operatorname{sen}(wt)$
14	$\dfrac{s}{s^2+w^2}$	$\cos(wt)$
15	$\dfrac{1}{s^2-a^2}$	$\dfrac{1}{a}\operatorname{senh}(at)$
16	$\dfrac{s}{s^2-a^2}$	$\cosh(at)$
17	$\dfrac{1}{(s-a)^2+w^2}$	$\dfrac{1}{w}e^{at}\operatorname{sen}(wt)$
18	$\dfrac{s-a}{(s-a)^2+w^2}$	$e^{at}\cos(wt)$
19	$\dfrac{1}{s(s^2+w^2)}$	$\dfrac{1}{w^2}(1-\cos(wt))$
20	$\dfrac{1}{s^2(s^2+w^2)}$	$\dfrac{1}{w^3}(wt-\operatorname{sen}(wt))$
21	$\dfrac{1}{(s^2+w^2)^2}$	$\dfrac{1}{2w^3}(\operatorname{sen}(wt)-wt\cos(wt))$
22	$\dfrac{s}{(s^2+w^2)^2}$	$\dfrac{t}{2w}\operatorname{sen}(wt)$
23	$\dfrac{s^2}{(s^2+w^2)^2}$	$\dfrac{1}{2w}(\operatorname{sen}(wt)+wt\cos(wt))$
24	$\dfrac{s}{(s^2+a^2)(s^2+b^2)},$ $(a^2\neq b^2)$	$\dfrac{1}{b^2-a^2}(\cos(at)-\cos(bt))$
25	$\dfrac{1}{(s^4+4a^4)}$	$\dfrac{1}{4a^3}[\operatorname{sen}(at)\cosh(at)-$ $-\cos(at)\operatorname{senh}(at)]$
26	$\dfrac{s}{(s^4+4a^4)}$	$\dfrac{1}{2a^2}\operatorname{sen}(at)\operatorname{senh}(at))$
27	$\dfrac{1}{(s^4-a^2)}$	$\dfrac{1}{2a^3}(\operatorname{senh}(at)-\operatorname{sen}(at))$
28	$\dfrac{s}{(s^4-a^4)}$	$\dfrac{1}{2a^2}(\cosh(at)-\cos(at))$
29	$\sqrt{s-a}-\sqrt{s-b}$	$\dfrac{1}{2\sqrt{\pi t^3}}(e^{bt}-e^{at})$
30	$\dfrac{1}{\sqrt{s+a}\sqrt{s+b}}$	$e^{\frac{-(a+b)t}{2}}I_0\left(\dfrac{a-b}{2}t\right)$
31	$\dfrac{1}{\sqrt{s^2+a^2}}$	$J_0(at)$
32	$\dfrac{s}{(s-a)^{\frac{3}{2}}}$	$\dfrac{1}{\sqrt{\pi t}}e^{at}(1+2at)$
33	$\dfrac{1}{(s^2-a^2)^k},\qquad (k>0)$	$\dfrac{\sqrt{\pi}}{\Gamma(k)}\left(\dfrac{t}{2a}\right)^{k-\frac{1}{2}}I_{k-\frac{1}{2}}(at)$
34	$\dfrac{1}{s}e^{-\frac{k}{s}},\qquad (k>0)$	$J_0(2\sqrt{kt})$
35	$\dfrac{1}{\sqrt{s}}e^{-\frac{k}{s}}$	$\dfrac{1}{\sqrt{\pi t}}\cos(2\sqrt{kt})$
36	$\dfrac{1}{s^{\frac{3}{2}}}e^{\frac{k}{s}}$	$\dfrac{1}{\sqrt{\pi t}}\operatorname{senh}(2\sqrt{kt})$
37	$e^{-k\sqrt{s}},\qquad (k>0)$	$\dfrac{k}{2\sqrt{\pi t^3}}e^{-\frac{k^2}{4t}}$
38	$\dfrac{1}{s}\ln(s)$	$-\ln(t)-\gamma,\qquad (\gamma\approx 0,5772)$
39	$\ln\left(\dfrac{s-a}{s-b}\right)$	$\dfrac{1}{t}\left(e^{bt}-e^{at}\right)$
40	$\ln\left(\dfrac{s^2+w^2}{s^2}\right)$	$\dfrac{2}{t}\left(1-\cos(wt)\right)$
41	$\ln\left(\dfrac{s^2-a^2}{s^2}\right)$	$\dfrac{2}{t}\left(1-\cosh(at)\right)$
42	$\tan^{-1}\left(\dfrac{w}{s}\right)$	$\dfrac{1}{t}\operatorname{sen}(wt)$
43	$\dfrac{1}{s}\cot^{-1}(s)$	$\operatorname{Si}(t)$
44	$\dfrac{1}{s}\tanh\left(\dfrac{as}{2}\right)$	Onda quadrada $f(t)=\begin{cases}1, & 0<t<a\\ -1, & a<t<2a\end{cases}$ $f(t+2a)=f(t),\quad t>0$
45	$\dfrac{1}{as^2}\tanh\left(\dfrac{as}{2}\right)$	Onda triangular $f(t)=\begin{cases}\dfrac{t}{a}, & 0<t<a\\ -\dfrac{t}{a}+2, & a<t<2a\end{cases}$ $f(t+2a)=f(t),\quad t>0$
46	$\dfrac{w}{(s^2+w^2)\left(1-e^{-\frac{\pi}{w}s}\right)}$	Retificador de meia onda $f(t)=\begin{cases}\operatorname{sen}(wt), & 0<t<\dfrac{\pi}{w}\\ 0, & \dfrac{\pi}{w}<t<\dfrac{2\pi}{w}\end{cases}$ $f\left(t+\dfrac{2\pi}{w}\right)=f(t),\quad t>0$
47	$\dfrac{w}{s^2+w^2}\coth\left(\dfrac{\pi s}{2w}\right)$	Retificador de onda completa $f(t)=\lvert\operatorname{sen}(wt)\rvert$
48	$\dfrac{1}{as^2}-\dfrac{e^{-as}}{s\,(1-e^{-as})}$	Onda dente de serra $f(t)=\dfrac{t}{a},\qquad 0<t<a$ $f(t)=f(t-a),\quad t>a$

• **Questão 1** (1.0 ponto) Sabendo que $f(t) = \dfrac{\operatorname{sen}(t)}{t}$, assinale as alternativas que indicam, respectivamente, $\mathcal{L}\{f(t)\}$ e $\mathcal{L}\{f'(t)\}$:

( ) $\dfrac{1}{s}\tan^{-1}(s)$,

( ) $\dfrac{1}{s}\tan^{-1}(1/s)$,

(X) $\tan^{-1}(1/s)$,

( ) $\tan^{-1}(s)$,

( ) n.d.a.

( ) $s\tan^{-1}(1/s)$,

( ) $s\tan^{-1}(1/s)+1$,

( ) $s\tan^{-1}(s)$,

(X) $s\tan^{-1}(1/s)-1$,

( ) n.d.a.

• **Questão 2** (1.0 ponto) Considere a função $f(t) = u(t-1)+u(t-2)+u(t-3)$. Assinale as alternativas que indicam, respectivamente, $\mathcal{L}\{f(t)\}$ e $\mathcal{L}\left\{f(t)^2\right\}$:

(X) $\dfrac{e^{-s}}{s}+\dfrac{e^{-2s}}{s}+\dfrac{e^{-3s}}{s}$,

( ) $\dfrac{e^{-s}}{s}+2\dfrac{e^{-2s}}{s}+3\dfrac{e^{-3s}}{s}$,

( ) $e^{-s}+e^{-2s}+e^{-3s}$,

( ) $e^{-s}+2e^{-2s}+3e^{-3s}$,

( ) $\dfrac{1}{s}+\dfrac{e^{-s}}{s}+\dfrac{e^{-2s}}{s}+\dfrac{e^{-3s}}{s}$

( ) $\dfrac{1}{s}+\dfrac{e^{-s}}{s}+2\dfrac{e^{-2s}}{s}+3\dfrac{e^{-3s}}{s}$

( ) n.d.a.

( ) $\dfrac{e^{-s}}{s^2}+\dfrac{e^{-4s}}{s^2}+\dfrac{e^{-6s}}{s^2}$,

(X) $\dfrac{e^{-s}}{s}+3\dfrac{e^{-2s}}{s}+5\dfrac{e^{-3s}}{s}$

( ) $\dfrac{e^{-s}}{s}+4\dfrac{e^{-2s}}{s}+9\dfrac{e^{-3s}}{s}$

( ) $\dfrac{e^{-2s}}{s^2}+2\dfrac{e^{-3s}}{s^2}+3\dfrac{e^{-4s}}{s^2}+2\dfrac{e^{-5s}}{s^2}+\dfrac{e^{-6s}}{s^2}$

( ) $\dfrac{e^{-2s}}{s^2}+4\dfrac{e^{-3s}}{s^2}+10\dfrac{e^{-4s}}{s^2}+12\dfrac{e^{-5s}}{s^2}+9\dfrac{e^{-6s}}{s^2}$

( ) $e^{-2s}+4e^{-3s}+10e^{-4s}+12e^{-5s}+9e^{-6s}$

( ) n.d.a.

• **Questão 3** (1.0) Considere a função $f(t) = e^{-t} * \operatorname{sen}(t)$. Assinale as alternativas que indicam, respectivamente, $\mathcal{L}\{f(t)\}$ e $f(t)$.

( ) $\dfrac{1}{(s-1)(s^2+1)}$

( ) $\dfrac{s}{(s-1)(s^2+1)}$

(X) $\dfrac{1}{(s+1)(s^2+1)}$

( ) $\dfrac{1}{(s+1)^2+1}$

( ) $\dfrac{1}{(s-1)^2+1}$

( ) $\dfrac{s}{(s+1)^2+1}$

( ) n.d.a.

( ) $e^{-t}\operatorname{sen}(t)$

( ) $\dfrac{1}{2}\left[e^{-t}+2\operatorname{sen}(t)-\cos(t)\right]$

( ) $\dfrac{1}{2}\left[e^{-t}-\operatorname{sen}(t)+2\cos(t)\right]$

(X) $\dfrac{1}{2}\left[e^{-t}+\operatorname{sen}(t)-\cos(t)\right]$

( ) $\dfrac{1}{2}\left[e^{-t}-\operatorname{sen}(t)+\cos(t)\right]$

( ) $\dfrac{1}{2}\left[e^{-t}+\operatorname{sen}(t)-\cos(t)\right]$

( ) $\dfrac{1}{2}\left[e^{-t}-\operatorname{sen}(t)+\cos(t)\right]$

( ) n.d.a.

• **Questão 4** (1.0) Considere o seguinte problema de valor inicial que modela um sistema RLC série com uma fonte de tensão:

$$Li'(t) + Ri(t) + \frac{1}{C}\left(q_0 + \int_0^t i(\tau)d\tau\right) \quad = \quad v(t),$$

onde $i(0) = 26$ é a corrente inicial e $q(0) = -6$ é a carga inicial no capacitor.

a) (0.5) Assinale a alternativa que indica uma expressão para $I(s)$, isto é, $\mathcal{L}\{i(t)\}$:

(X) $I(s) = \dfrac{6 + 26LCs + CsV(s)}{LCs^2 + RCs + 1}$

( ) $I(s) = \dfrac{6s + 26LCs + CsV(s)}{LCs^2 + RCs + 1}$

( ) $I(s) = \dfrac{-6 + 26LCs + CsV(s)}{LCs^2 + RCs + 1}$

( ) $I(s) = \dfrac{-6s + 26LCs + CsV(s)}{LCs^2 + RCs + 1}$

( ) $I(s) = \dfrac{6 + 26Ls + sV(s)}{Ls^2 + Rs + 1/C}$

( ) $I(s) = \dfrac{6s/C + 26Ls + sV(s)}{Ls^2 + Rs + 1/C}$

( ) $I(s) = \dfrac{-6C + 26Ls + sV(s)}{Ls^2 + Rs + 1/C}$

( ) $I(s) = \dfrac{-6s + 26Ls + sV(s)}{Ls^2 + Rs + 1/C}$

b) (0.5) Considerando $R = 6, C = \dfrac{1}{13}$, $L = 1$ e $v(t) = 0$, assinale a alternativa que indica uma expressão para $i(t)$:

( ) $i(t) = (26\cos(2t) + 13\,\text{sen}(2t))e^{-3t}$

( ) $i(t) = (26\cos(2t) - 6\,\text{sen}(2t))e^{-3t}$

( ) $i(t) = (26\cos(2t) + 13\,\text{sen}(3t))e^{-2t}$

( ) $i(t) = (26\cos(2t) - 6\,\text{sen}(3t))e^{-2t}$

(X) $i(t) = 26\cos(2t)e^{-3t}$

( ) $i(t) = 26\cos(3t)e^{-2t}$

( ) $i(t) = 26\cosh(2t)e^{-3t}$

( ) $i(t) = 26\cosh(3t)e^{-2t}$

( ) n.d.a.

• **Questão 5** (1.0) Considere o seguinte problema de segunda ordem que modela um sistema massa-mola-amortecedor

$$my''(t) + \alpha y'(t) + \kappa y(t) \quad = \quad f(t)$$

Onde $f(t)$ é a força externa e a condições iniciais $y(0)$ e $y'(0)$ são nulas. Supondo $m = 4$ e $\kappa = 1$, Assinale as alternativas que indicam a condição em α para que o sistema seja subamortecido (coluna da esquerda) e superamortecido (coluna da direita).

(X) $0 < \alpha < 4$,

( ) $-4 < \alpha < 4$,

( ) $-4 < \alpha < 0$,

( ) $\alpha > 4$ ou $\alpha < -4$,

( ) $\alpha > 4$,

( ) $\alpha < -4$,

( ) n.d.a.

( ) $0 < \alpha < 4$,

( ) $-4 < \alpha < 4$,

( ) $-4 < \alpha < 0$,

( ) $\alpha > 4$ ou $\alpha < -4$,

(X) $\alpha > 4$,

( ) $\alpha < -4$,

( ) n.d.a.

• **Questão 6** (2.5) Considere a seguinte equação dífero-integral:

$$y'(t) + 4\int_0^t y(\tau)d\tau = \delta(t - \pi/2)$$

com $y(0) = 1$.

a) (1.0 ponto) Calcule a Tranformada de Laplace da equação e obtenha $Y(s)$.

b) (1.0 ponto) Obtenha a solução $y(t)$.

c) (0.5 ponto) Esboce o gráfico de $y(t)$ indicando eixos e valores notáveis.

Resposta do item a:

$$SY(s) - 1 + 4\frac{Y(s)}{S} = e^{-\frac{\pi}{2}s}$$

Onde se usou a propriedade da derivada, propriedade de integral e transformada do Delta de Dirac.

Agora, isolamos $Y(S)$:

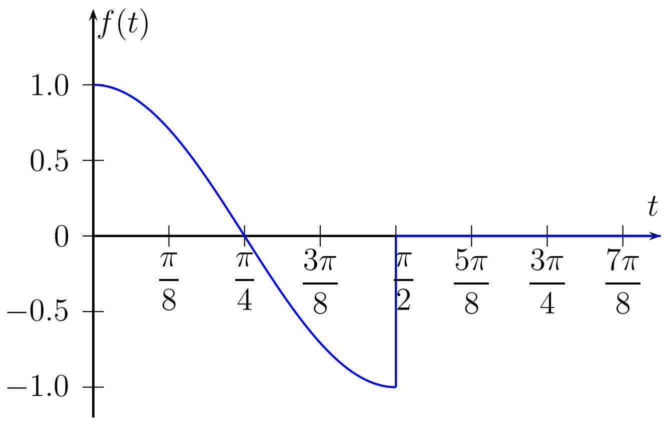
$$Y(s)\left[s + \frac{4}{s}\right] = 1 + e^{-\frac{\pi}{2}s}$$
$$Y(s)\left[s^2 + 4\right] = s\left[1 + e^{-\frac{\pi}{2}s}\right]$$
$$Y(s) = \frac{s}{s^2+4}\left[1 + e^{-\frac{\pi}{2}s}\right]$$

Resposta do item b: Como $\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{s}{s^2+4}\right\} = \cos(2t)$ por tab(14), temos

$$f(t) = \cos(2t) + u(t - \pi/2)\cos(2t - \pi) = \cos(2t) - u(t - \pi/2)\cos(2t).$$

Onde se usou a propriedade do deslocamento no eixo t.

Resposta do item c:



- **Questão 7** (2.5) Considere a função $f(t)$ cuja transformada de Laplace é dada por

$$F(s) = \frac{1}{s+\ln(3)}\left(1 + e^{-s} + e^{-2s} + e^{-3s}\right).$$

a) (1.0 ponto) Calcule $f(t)$.

b) (0.5 ponto) Calcule o valor de $f(4)$ e simplifique sua resposta.

c) (1.0 ponto) Esboce gráfico de $f(t)$ incluindo escalas, eixos e descontinuidades.

Resposta do item a:

Primeiro observamos que $\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{s+\ln(3)}\right\} = e^{-\ln(3)t} = 3^{-t}$ por tab(7).
Usando a propriedade do deslocamento no eixo t, temos que

$$f(t) = 3^{-t} + u(t-1)3^{-(t-1)} + u(t-2)3^{-(t-2)} + u(t-3)3^{-(t-3)}$$

Resposta do item b:

$$f(t) = 3^{-4} + 3^{-3} + 3^{-2} + 3^{-1} = \frac{1}{81} + \frac{1}{27} + \frac{1}{9} + \frac{1}{3} = \frac{1+3+9+27}{81} = \frac{40}{81} \tag{1}$$

Resposta do item c: