UFRGS – INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA
Departamento de Matemática Pura e Aplicada
MAT01168 - Turma A - 2018/1
Prova da área IIA

1 - 6	7	Total

Nome: ______________________________ **Cartão:** ______________

Regras Gerais:

- Não é permitido o uso de calculadoras, telefones ou qualquer outro recurso computacional ou de comunicação.
- Trabalhe individualmente e sem uso de material de consulta além do fornecido.
- Devolva o caderno de questões preenchido ao final da prova.

Regras para as questões abertas:

- Seja sucinto, completo e claro.
- Justifique todo procedimento usado.
- Indique identidades matemáticas usadas, em especial, itens da tabela.
- Use notação matemática consistente.

Identidades:

$\operatorname{sen}(x) = \dfrac{e^{ix} - e^{-ix}}{2i}$	$\cos(x) = \dfrac{e^{ix} + e^{-ix}}{2}$
$\operatorname{senh}(x) = \dfrac{e^{x} - e^{-x}}{2}$	$\cosh(x) = \dfrac{e^{x} + e^{-x}}{2}$
$(a+b)^n = \sum_{j=0}^{\infty} \binom{n}{j} a^{n-j} b^j, \quad \binom{n}{j} = \dfrac{n!}{j!(n-j)!}$	
$\operatorname{sen}(x+y) = \operatorname{sen}(x)\cos(y) + \operatorname{sen}(y)\cos(x)$	
$\cos(x+y) = \cos(x)\cos(y) - \operatorname{sen}(x)\operatorname{sen}(y)$	

Propriedades:

1	Linearidade	$\mathcal{L}\{\alpha f(t) + \beta g(t)\} = \alpha\mathcal{L}\{f(t)\} + \beta\mathcal{L}\{g(t)\}$
2	Transformada da derivada	$\mathcal{L}\{f'(t)\} = s\mathcal{L}\{f(t)\} - f(0)$ $\mathcal{L}\{f''(t)\} = s^2\mathcal{L}\{f(t)\} - sf(0) - f'(0)$
3	Deslocamento no eixo s	$\mathcal{L}\{e^{at}f(t)\} = F(s-a)$
4	Deslocamento no eixo t	$\mathcal{L}\{u(t-a)f(t-a)\} = e^{-as}F(s)$ $\mathcal{L}\{u(t-a)\} = \dfrac{e^{-as}}{s}$
5	Transformada da integral	$\mathcal{L}\left\{\int_0^t f(\tau)d\tau\right\} = \dfrac{F(s)}{s}$
6	Filtragem da Delta de Dirac	$\int_{-\infty}^{\infty} f(t)\delta(t-a)dt = f(a)$
7	Transformada da Delta de Dirac	$\mathcal{L}\{\delta(t-a)\} = e^{-as}$
8	Teorema da Convolução	$\mathcal{L}\{(f*g)(t)\} = F(s)G(s),$ onde $\quad (f*g)(t) = \int_0^t f(\tau)g(t-\tau)d\tau$
9	Transformada de funções periódicas	$\mathcal{L}\{f(t)\} = \dfrac{1}{1-e^{-sT}}\int_0^T e^{-s\tau}f(\tau)d\tau$
10	Derivada da transformada	$\mathcal{L}\{tf(t)\} = -\dfrac{dF(s)}{ds}$
11	Integral da transformada	$\mathcal{L}\left\{\dfrac{f(t)}{t}\right\} = \int_s^{\infty} F(\hat{s})\hat{s}$

Séries:

$\dfrac{1}{1-x} = \sum_{n=0}^{\infty} x^n = 1 + x + x^2 + x^3 \cdots, \quad -1 < x < 1$
$\dfrac{x}{(1-x)^2} = \sum_{n=1}^{\infty} nx^n = x + 2x^2 + 3x^3 + \cdots, \quad -1 < x < 1$
$e^x = \sum_{n=0}^{\infty} \dfrac{x^n}{n!} = 1 + x + \dfrac{x^2}{2!} + \dfrac{x^3}{3!} + \cdots, \quad -\infty < x < \infty$
$\ln(1+x) = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \dfrac{x^{n+1}}{n+1}, \quad -1 < x < 1$
$\arctan(x) = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \dfrac{x^{2n+1}}{2n+1}, \quad -1 < x < 1$
$\operatorname{sen}(x) = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \dfrac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}, \quad -\infty < x < \infty$
$\cos(x) = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \dfrac{x^{2n}}{(2n)!}, \quad -\infty < x < \infty$
$\operatorname{senh}(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \dfrac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}, \quad -\infty < x < \infty$
$\cosh(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \dfrac{x^{2n}}{(2n)!}, \quad -\infty < x < \infty$
$(1+x)^m = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \dfrac{m(m-1)\cdots(m-n+1)}{n!}x^n,$ $-1 < x < 1,\ m \neq 0, 1, 2, ...$

Funções especiais:

Função Gamma	$\Gamma(k) = \int_0^{\infty} x^{k-1}e^{-x}dx$
Propriedade da Função Gamma	$\Gamma(k+1) = k\Gamma(k), \quad k > 0$ $\Gamma(n+1) = n!, \quad n \in \mathbb{N}$
Função de Bessel modificada de ordem ν	$I_\nu(x) = \sum_{m=0}^{\infty} \dfrac{1}{m!\Gamma(m+\nu+1)}\left(\dfrac{x}{2}\right)^{2m+\nu}$
Função de Bessel de ordem 0	$J_0(x) = \sum_{m=0}^{\infty} \dfrac{(-1)^m}{m!^2}\left(\dfrac{x}{2}\right)^{2m}$
Integral seno	$\operatorname{Si}(t) = \int_0^t \dfrac{\operatorname{sen}(x)}{x}dx$

Integrais:

$\int xe^{\lambda x}\,dx = \dfrac{e^{\lambda x}}{\lambda^2}(\lambda x - 1) + C$
$\int x^2 e^{\lambda x}\,dx = e^{\lambda x}\left(\dfrac{x^2}{\lambda} - \dfrac{2x}{\lambda^2} + \dfrac{2}{\lambda^3}\right) + C$
$\int x^n e^{\lambda x}\,dx = \dfrac{1}{\lambda}x^n e^{\lambda x} - \dfrac{n}{\lambda}\int x^{n-1}e^{\lambda x}dx + C$
$\int x\cos(\lambda x)\,dx = \dfrac{\cos(\lambda x) + \lambda x\operatorname{sen}(\lambda x)}{\lambda^2} + C$
$\int x\operatorname{sen}(\lambda x)\,dx = \dfrac{\operatorname{sen}(\lambda x) - \lambda x\cos(\lambda x)}{\lambda^2} + C$

Tabela de transformadas de Laplace:

	$F(s) = \mathcal{L}\{f(t)\}$	$f(t) = \mathcal{L}^{-1}\{F(s)\}$
1	$\frac{1}{s}$	1
2	$\frac{1}{s^2}$	t
3	$\frac{1}{s^n}$, $(n = 1, 2, 3, ...)$	$\frac{t^{n-1}}{(n-1)!}$
4	$\frac{1}{\sqrt{s}}$,	$\frac{1}{\sqrt{\pi t}}$
5	$\frac{1}{s^{\frac{3}{2}}}$,	$2\sqrt{\frac{t}{\pi}}$
6	$\frac{1}{s^k}$, $(k > 0)$	$\frac{t^{k-1}}{\Gamma(k)}$
7	$\frac{1}{s-a}$	e^{at}
8	$\frac{1}{(s-a)^2}$	te^{at}
9	$\frac{1}{(s-a)^n}$, $(n = 1, 2, 3...)$	$\frac{1}{(n-1)!}t^{n-1}e^{at}$
10	$\frac{1}{(s-a)^k}$, $(k > 0)$	$\frac{1}{\Gamma(k)}t^{k-1}e^{at}$
11	$\frac{1}{(s-a)(s-b)}$, $(a \neq b)$	$\frac{1}{a-b}\left(e^{at} - e^{bt}\right)$
12	$\frac{s}{(s-a)(s-b)}$, $(a \neq b)$	$\frac{1}{a-b}\left(ae^{at} - be^{bt}\right)$
13	$\frac{1}{s^2+w^2}$	$\frac{1}{w}\,\text{sen}(wt)$
14	$\frac{s}{s^2+w^2}$	$\cos(wt)$
15	$\frac{1}{s^2-a^2}$	$\frac{1}{a}\,\text{senh}(at)$
16	$\frac{s}{s^2-a^2}$	$\cosh(at)$
17	$\frac{1}{(s-a)^2+w^2}$	$\frac{1}{w}e^{at}\,\text{sen}(wt)$
18	$\frac{s-a}{(s-a)^2+w^2}$	$e^{at}\cos(wt)$
19	$\frac{1}{s(s^2+w^2)}$	$\frac{1}{w^2}(1-\cos(wt))$
20	$\frac{1}{s^2(s^2+w^2)}$	$\frac{1}{w^3}(wt - \text{sen}(wt))$
21	$\frac{1}{(s^2+w^2)^2}$	$\frac{1}{2w^3}(\text{sen}(wt) - wt\cos(wt))$
22	$\frac{s}{(s^2+w^2)^2}$	$\frac{t}{2w}\,\text{sen}(wt)$
23	$\frac{s^2}{(s^2+w^2)^2}$	$\frac{1}{2w}(\text{sen}(wt) + wt\cos(wt))$
24	$\frac{s}{(s^2+a^2)(s^2+b^2)}$, $(a^2 \neq b^2)$	$\frac{1}{b^2-a^2}(\cos(at) - \cos(bt))$
25	$\frac{1}{(s^4+4a^4)}$	$\frac{1}{4a^3}[\text{sen}(at)\cosh(at) - \cos(at)\,\text{senh}(at)]$
26	$\frac{s}{(s^4+4a^4)}$	$\frac{1}{2a^2}\,\text{sen}(at)\,\text{senh}(at))$
27	$\frac{1}{(s^4-a^2)}$	$\frac{1}{2a^3}(\text{senh}(at) - \text{sen}(at))$
28	$\frac{s}{(s^4-a^4)}$	$\frac{1}{2a^2}(\cosh(at) - \cos(at))$
29	$\sqrt{s-a} - \sqrt{s-b}$	$\frac{1}{2\sqrt{\pi t^3}}(e^{bt} - e^{at})$
30	$\frac{1}{\sqrt{s+a}\sqrt{s+b}}$	$e^{\frac{-(a+b)t}{2}} I_0\left(\frac{a-b}{2}t\right)$
31	$\frac{1}{\sqrt{s^2+a^2}}$	$J_0(at)$
32	$\frac{s}{(s-a)^{\frac{3}{2}}}$	$\frac{1}{\sqrt{\pi t}}e^{at}(1+2at)$
33	$\frac{1}{(s^2-a^2)^k}$, $(k > 0)$	$\frac{\sqrt{\pi}}{\Gamma(k)}\left(\frac{t}{2a}\right)^{k-\frac{1}{2}} I_{k-\frac{1}{2}}(at)$
34	$\frac{1}{s}e^{-\frac{k}{s}}$, $(k > 0)$	$J_0(2\sqrt{kt})$
35	$\frac{1}{\sqrt{s}}e^{-\frac{k}{s}}$	$\frac{1}{\sqrt{\pi t}}\cos(2\sqrt{kt})$
36	$\frac{1}{s^{\frac{3}{2}}}e^{\frac{k}{s}}$	$\frac{1}{\sqrt{\pi t}}\,\text{senh}(2\sqrt{kt})$
37	$e^{-k\sqrt{s}}$, $(k > 0)$	$\frac{k}{2\sqrt{\pi t^3}}e^{-\frac{k^2}{4t}}$
38	$\frac{1}{s}\ln(s)$	$-\ln(t) - \gamma$, $(\gamma \approx 0,5772)$
39	$\ln\left(\frac{s-a}{s-b}\right)$	$\frac{1}{t}\left(e^{bt} - e^{at}\right)$
40	$\ln\left(\frac{s^2+w^2}{s^2}\right)$	$\frac{2}{t}(1-\cos(wt))$
41	$\ln\left(\frac{s^2-a^2}{s^2}\right)$	$\frac{2}{t}(1-\cosh(at))$
42	$\tan^{-1}\left(\frac{w}{s}\right)$	$\frac{1}{t}\,\text{sen}(wt)$
43	$\frac{1}{s}\cot^{-1}(s)$	$\text{Si}\,(t)$
44	$\frac{1}{s}\tanh\left(\frac{as}{2}\right)$	Onda quadrada $f(t) = \begin{cases} 1, & 0 < t < a \\ -1, & a < t < 2a \end{cases}$ $f(t+2a) = f(t), \quad t > 0$
45	$\frac{1}{as^2}\tanh\left(\frac{as}{2}\right)$	Onda triangular $f(t) = \begin{cases} \frac{t}{a}, & 0 < t < a \\ -\frac{t}{a} + 2, & a < t < 2a \end{cases}$ $f(t+2a) = f(t), \quad t > 0$
46	$\frac{w}{(s^2+w^2)\left(1 - e^{-\frac{\pi}{w}s}\right)}$	Retificador de meia onda $f(t) = \begin{cases} \text{sen}(wt), & 0 < t < \frac{\pi}{w} \\ 0, & \frac{\pi}{w} < t < \frac{2\pi}{w} \end{cases}$ $f\left(t + \frac{2\pi}{w}\right) = f(t), \quad t > 0$
47	$\frac{w}{s^2+w^2}\coth\left(\frac{\pi s}{2w}\right)$	Retificador de onda completa $f(t) = \lvert\text{sen}(wt)\rvert$
48	$\frac{1}{as^2} - \frac{e^{-as}}{s(1-e^{-as})}$	Onda dente de serra $f(t) = \frac{t}{a}, \quad 0 < t < a$ $f(t) = f(t-a), \quad t > a$

• **Questão 1** (1.0 ponto) Seja $f(t) = (t-1)u(t-2)$ e $g(t) = u(t-1)u(t-5)$. Assinale as alternativas que indicam respectivamente $\mathcal{L}\{f(t)\}$ e $\mathcal{L}\{g(t)\}$:

( ) $\left(\frac{1}{s^2} - \frac{1}{s}\right)\frac{e^{-2s}}{s}$

( ) $\frac{1}{s^2} - \frac{e^{-2s}}{s}$

( ) $\frac{1}{s} + \frac{e^{-2s}}{s^2}$

( ) $\frac{(1-s)e^{-2s}}{s^2}$

(X) $\frac{(s+1)e^{-2s}}{s^2}$

( ) $\frac{e^{-6s}}{s}$

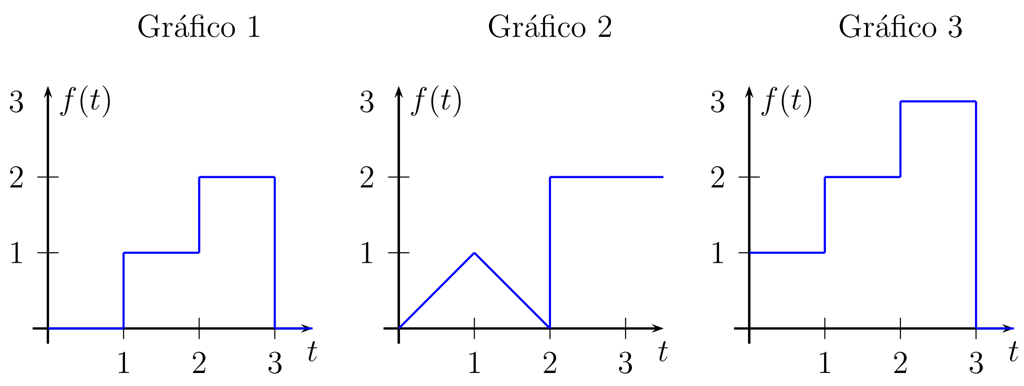
(X) $\frac{e^{-5s}}{s}$

( ) $\frac{e^{-5s}}{s^2}$

( ) $\frac{e^{-6s}}{s^2}$

( ) $\frac{e^{-s}}{s}$

• **Questão 2** (1.0 ponto) Considere os três gráficos de três funções e suas três transformadas de Laplace



Função I: $f(t) = u(t) + u(t-1) + u(t-2) - 3u(t-3)$
Função II: $f(t) = tu(t) + 2(1-t)u(t-1) + tu(t-2)$
Função III: $f(t) = u(t-1) + u(t-2) - 2u(t-3)$

Transformada A: $F(s) = \frac{1 + e^{-s} + e^{-2s} - 3e^{-3s}}{s}$
Transformada B: $F(s) = \frac{e^{-s} + e^{-2s} - 2e^{-3s}}{s}$
Transformada C: $F(s) = \frac{1 - 2e^{-s} + e^{-2s} + 2se^{-2s}}{s^2}$

Assinale as alternativas que indicam respectivamente a correta relação entre os gráficos e as funções:

( ) 1-I, 2-II, 3-III

( ) 1-I, 2-III, 3-II

( ) 1-II, 2-I, 3-III

( ) 1-II, 2-III, 3-I

( ) 1-III, 2-I, 3-II

(X) 1-III, 2-II, 3-I

( ) 1-A, 2-B, 3-C

( ) 1-A, 2-C, 3-B

( ) 1-B, 2-A, 3-C

(X) 1-B, 2-C, 3-A

( ) 1-C, 2-A, 3-B

( ) 1-C, 2-B, 3-A

• **Questão 3** (1.0 ponto) Seja $F(s) = \dfrac{2s}{(s^2+1)^2}$ e $f(t) = \mathcal{L}^{-1}\{F(s)\}$. Assinale as alternativas que indicam respectivamente $f(t)$ e $\mathcal{L}\{tf(t)\}$:

( ) $2\cos(t)$

( ) $2\,\mathrm{sen}(t)\cos(t)$

( ) $t\,\mathrm{sen}(t)$

( ) $\mathrm{sen}(t) + 2\cos(t)$

( ) $2\cos^2(t)$

( ) $\dfrac{2}{s(s^2+1)^2}$

( ) $\dfrac{2}{(s^2+1)^2}$

( ) $\dfrac{2-6s^2}{(s^2+1)^4}$

(X) $\dfrac{6s^2-2}{(s^2+1)^3}$

( ) $\dfrac{6s^2-2}{(s^2+1)^2}$

• **Questão 4** (1.0 ponto) Dado que $y(t)$ satisfaz a equação integral dada por:

$$2y(t) + \int_0^t y(\tau)d\tau = 4, \quad \forall t \geq 0.$$

Assinale as alternativas que indicam respectivamente $Y(s)$ e $y(t)$:

(X) $Y(s) = \dfrac{4}{2s+1}$

( ) $Y(s) = \dfrac{4}{s+2}$

( ) $Y(s) = \dfrac{2}{2s+1}$

( ) $Y(s) = \dfrac{2}{s+2}$

( ) $Y(s) = \dfrac{4s}{2s+1}$

( ) $Y(s) = \dfrac{2s}{2s+1}$

( ) $y(t) = 4e^{-t/2}$

( ) $y(t) = 2e^{-t}$

( ) $y(t) = 4e^{-t}$

( ) $y(t) = 2e^{-2t}$

(X) $y(t) = 2e^{-t/2}$

( ) $y(t) = 4e^{-2t}$

• **Questão 5** (1.0 ponto) Dado que $y(t)$ satisfaz a equação diferencial dada por:

$$y'(t) + y(t) = \delta(t-1) + 2\delta(t-3), \quad \forall t \geq 0, \qquad y(0) = 0$$

Assinale as alternativas que indicam respectivamente $y(t)$ e $y(2)$:

( ) $y(t) = u(t-1)e^{t-1} + 2u(t-3)e^{3-t}$

(X) $y(t) = u(t-1)e^{1-t} + 2u(t-3)e^{3-t}$

( ) $y(t) = u(t-1)e^{1-t} + 2u(t-3)e^{t-3}$

( ) $y(t) = u(t-1)e^{t-1} + 2u(t-3)e^{t-3}$

( ) $y(t) = u(t-1)e^{1-t} - 2u(t-3)e^{t-3}$

( ) $y(t) = u(t-1)e^{1-t} - 2u(t-3)e^{3-t}$

(X) $y(2) = e^{-1}$

( ) $y(2) = e^{-1} + 2e^{1}$

( ) $y(2) = e^{-1} - 2e^{1}$

( ) $y(2) = 2e^{1}$

( ) $y(2) = 2e^{-1} + e^{1}$

( ) $y(2) = 2e^{-1} - e^{1}$

• **Questão 6** (1.0 ponto) Dado o sistema massa-mola-amortecedor modelado pela equação a seguir:

$$mx''(t) + \gamma x'(t) + \kappa x(t) = 0$$

onde $x(t)$ representa a posição e m, γ e κ são constantes positivas. A tranformada de Laplace de $x(t)$ é dada por $X(s) = \dfrac{2}{s^2+2s+5}$.

Assinale as alternativas que indicam respectivamente o regime de amortecimento e a as condições iniciais:

( ) Criticamente amortecido

( ) Superamortecido

(X) Subamortecido

( ) Não amortecido

( ) Não é possível determinar com os dados oferecidos.

( ) $x(0) = 0$ e $x'(0) = -2$

( ) $x(0) = 2$ e $x'(0) = 0$

( ) $x(0) = -2$ e $x'(0) = 0$

( ) $x(0) = 2$ e $x'(0) = 2$

( ) $x(0) = -2$ e $x'(0) = -2$

(X) $x(0) = 0$ e $x'(0) = 2$

• **Questão 7** (4.0 pontos) As concentrações de três reagentes A, B e C são dadas por $x(t)$, $y(t)$ e $z(t)$, respectivamente. Considere a reação dada por:

$$A \longleftrightarrow B \longleftrightarrow C.$$

modelada por:

$$\begin{aligned} x'(t) &= -2x(t) + 2y(t) + 6 \\ y'(t) &= 2x(t) - 5y(t) \\ z'(t) &= 3y(t) - 6 \end{aligned}$$

com $x(0) = 11$, $y(0) = 0$ e $z(0) = 1$.

a) (1.5) Encontre expressões para $X(s)$, $Y(s)$ e $Z(s)$.

b) (1.5) Encontre $x(t)$, $y(t)$ e $z(t)$.

c) (0.5) Encontre o ponto de equilíbrio dado por:

$$\begin{aligned} x_{eq} &= \lim_{t\to\infty} x(t) \\ y_{eq} &= \lim_{t\to\infty} y(t) \\ z_{eq} &= \lim_{t\to\infty} z(t) \end{aligned}$$

d) (0.5) Esboce os gráficos de $x(t)$, $y(t)$ e $z(t)$.

Solução a): Aplicamos a transformada de Laplace no sistema e usamos as propriedades 1 e 2 para obter:

$$\begin{aligned} sX - 11 &= -2X + 2Y + \frac{6}{s} \\ sY &= 2X - 5Y \\ sZ - 1 &= 3Y - \frac{6}{s}. \end{aligned}$$

Para calcular $X(s)$, $Y(s)$ e $Z(s)$, precisamos resolver o sistema:

$$\begin{aligned} (s+2)X - 2Y &= 11 + \frac{6}{s} \\ -2X + (s+5)Y &= 0 \\ -3Y + sZ &= 1 - \frac{6}{s}. \end{aligned}$$

As duas primeiras equação permite-nos calcular X e Y. Começamos multiplicando a segunda equação por $\frac{s+2}{2}$ e somando a primeira:

$$\left(\frac{(s+5)(s+2)}{2}-2\right)Y = 11+\frac{6}{s}.$$

Agora, multiplicamos por dois e temos:

$$\left((s+5)(s+2)-4\right)Y = 22+\frac{12}{s}.$$

Resolvemos o lado esquerdo e obtemos

$$\left(s^2+7s+6\right)Y = 22+\frac{12}{s}.$$

ou

$$(s+1)(s+6)Y = 22+\frac{12}{s}.$$

Assim, calculamos Y:

$$\begin{aligned}
Y &= \frac{22}{(s+1)(s+6)}+\frac{12}{s(s+1)(s+6)}\\
&= \frac{22s+12}{s(s+1)(s+6)}.
\end{aligned}$$

Voltamos a segunda equação do sistema para calcular X:

$$\begin{aligned}
X &= \frac{(s+5)Y}{2}\\
&= \frac{(s+5)}{2}\frac{22s+12}{s(s+1)(s+6)}\\
&= \frac{(11s+6)(s+5)}{s(s+1)(s+6)}\\
&= \frac{11s^2+61s+30}{s(s+1)(s+6)}.
\end{aligned}$$

A última equação nos dá Z:

$$\begin{aligned}
Z &= \frac{3Y}{s}+\frac{1}{s}-\frac{6}{s^2}\\
&= \frac{3}{s}\frac{22s+12}{s(s+1)(s+6)}+\frac{1}{s}-\frac{6}{s^2}\\
&= \frac{66s+36}{s^2(s+1)(s+6)}+\frac{1}{s}-\frac{6}{s^2}\\
&= \frac{66s+36+s(s+1)(s+6)-6(s+1)(s+6)}{s^2(s+1)(s+6)}\\
&= \frac{66s+36+s^3+7s^2+6s-6s^2-42s-36}{s^2(s+1)(s+6)}\\
&= \frac{s^2+s+30}{s(s+1)(s+6)}
\end{aligned}$$

Solução b): Precisamos fazer frações parciais para cada uma das expressões:

$$Y = \frac{22s+12}{s(s+1)(s+6)} = \frac{2}{s}+\frac{2}{s+1}-\frac{4}{s+6},$$

$$X = \frac{11s^2 + 61s + 30}{s(s+1)(s+6)} = \frac{5}{s} + \frac{4}{s+1} + \frac{2}{s+6}$$

e

$$Z = \frac{s^2 + s + 30}{s(s+1)(s+6)} = \frac{5}{s} - \frac{6}{s+1} + \frac{2}{s+6}.$$

As transformadas inversas são dadas pelos itens 1 e 7 da tabela:

$$y(t) = 2 + 2e^{-t} - 4e^{-6t},$$

$$x(t) = 5 + 4e^{-t} + 2e^{-6t}$$

e

$$z(t) = 5 - 6e^{-t} + 2e^{-6t}.$$

Solução c):

$$\begin{aligned} max_{eq} &= \lim_{t\to\infty} x(t) = 5 \\ y_{eq} &= \lim_{t\to\infty} y(t) = 2 \\ z_{eq} &= \lim_{t\to\infty} z(t) = 5 \end{aligned}$$

Solução d):