UFRGS – INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA
Departamento de Matemática Pura e Aplicada
MAT01168 - 2022/2 - Turma D
Prova da área IIA

1 - 2	3	4	Total

Nome: ______________________ **Cartão:** ____________ **Turma:** D

Regras Gerais:

- Não é permitido o uso de calculadoras, telefones ou qualquer outro recurso computacional ou de comunicação.
- Trabalhe individualmente e sem uso de material de consulta além do fornecido.
- Devolva o caderno de questões preenchido ao final da prova.

Regras para as questões abertas:

- Seja sucinto, completo e claro.
- Justifique todo procedimento usado.
- Indique identidades matemáticas usadas, em especial, itens da tabela.
- Use notação matemática consistente.

Identidades:

$\operatorname{sen}(x) = \dfrac{e^{ix} - e^{-ix}}{2i}$	$\cos(x) = \dfrac{e^{ix} + e^{-ix}}{2}$
$\operatorname{senh}(x) = \dfrac{e^{x} - e^{-x}}{2}$	$\cosh(x) = \dfrac{e^{x} + e^{-x}}{2}$
$(a+b)^n = \sum_{j=0}^{\infty} \binom{n}{j} a^{n-j} b^j, \quad \binom{n}{j} = \dfrac{n!}{j!(n-j)!}$	
$\operatorname{sen}(x+y) = \operatorname{sen}(x)\cos(y) + \operatorname{sen}(y)\cos(x)$	
$\cos(x+y) = \cos(x)\cos(y) - \operatorname{sen}(x)\operatorname{sen}(y)$	

Propriedades:

1	Linearidade	$\mathcal{L}\{\alpha f(t) + \beta g(t)\} = \alpha\mathcal{L}\{f(t)\} + \beta\mathcal{L}\{g(t)\}$
2	Transformada da derivada	$\mathcal{L}\{f'(t)\} = s\mathcal{L}\{f(t)\} - f(0)$ $\mathcal{L}\{f''(t)\} = s^2\mathcal{L}\{f(t)\} - sf(0) - f'(0)$
3	Deslocamento no eixo s	$\mathcal{L}\{e^{at}f(t)\} = F(s-a)$
4	Deslocamento no eixo t	$\mathcal{L}\{u(t-a)f(t-a)\} = e^{-as}F(s)$ $\mathcal{L}\{u(t-a)\} = \dfrac{e^{-as}}{s}$
5	Transformada da integral	$\mathcal{L}\left\{\int_0^t f(\tau)d\tau\right\} = \dfrac{F(s)}{s}$
6	Filtragem da Delta de Dirac	$\int_{-\infty}^{\infty} f(t)\delta(t-a)dt = f(a)$
7	Transformada da Delta de Dirac	$\mathcal{L}\{\delta(t-a)\} = e^{-as}$
8	Teorema da Convolução	$\mathcal{L}\{(f*g)(t)\} = F(s)G(s)$, onde $(f*g)(t) = \int_0^t f(\tau)g(t-\tau)d\tau$
9	Transformada de funções periódicas	$\mathcal{L}\{f(t)\} = \dfrac{1}{1-e^{-sT}}\int_0^T e^{-s\tau}f(\tau)d\tau$
10	Derivada da transformada	$\mathcal{L}\{tf(t)\} = -\dfrac{dF(s)}{ds}$
11	Integral da transformada	$\mathcal{L}\left\{\dfrac{f(t)}{t}\right\} = \int_s^{\infty} F(\hat{s})d\hat{s}$

Séries:

$\dfrac{1}{1-x} = \sum_{n=0}^{\infty} x^n = 1 + x + x^2 + x^3 \cdots, \quad -1 < x < 1$
$\dfrac{x}{(1-x)^2} = \sum_{n=1}^{\infty} nx^n = x + 2x^2 + 3x^3 + \cdots, \quad -1 < x < 1$
$e^x = \sum_{n=0}^{\infty} \dfrac{x^n}{n!} = 1 + x + \dfrac{x^2}{2!} + \dfrac{x^3}{3!} + \cdots, \quad -\infty < x < \infty$
$\ln(1+x) = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \dfrac{x^{n+1}}{n+1}, \quad -1 < x < 1$
$\arctan(x) = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \dfrac{x^{2n+1}}{2n+1}, \quad -1 < x < 1$
$\operatorname{sen}(x) = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \dfrac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}, \quad -\infty < x < \infty$
$\cos(x) = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \dfrac{x^{2n}}{(2n)!}, \quad -\infty < x < \infty$
$\operatorname{senh}(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \dfrac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}, \quad -\infty < x < \infty$
$\cosh(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \dfrac{x^{2n}}{(2n)!}, \quad -\infty < x < \infty$
$(1+x)^m = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \dfrac{m(m-1)\cdots(m-n+1)}{n!}x^n,$ $-1 < x < 1,\ m \neq 0, 1, 2, \ldots$

Funções especiais:

Função Gamma	$\Gamma(k) = \int_0^{\infty} x^{k-1}e^{-x}dx$
Propriedade da Função Gamma	$\Gamma(k+1) = k\Gamma(k), \quad k > 0$ $\Gamma(n+1) = n!, \quad n \in \mathbb{N}$
Função de Bessel modificada de ordem ν	$I_\nu(x) = \sum_{m=0}^{\infty} \dfrac{1}{m!\Gamma(m+\nu+1)}\left(\dfrac{x}{2}\right)^{2m+\nu}$
Função de Bessel de ordem 0	$J_0(x) = \sum_{m=0}^{\infty} \dfrac{(-1)^m}{m!^2}\left(\dfrac{x}{2}\right)^{2m}$
Integral seno	$\operatorname{Si}(t) = \int_0^t \dfrac{\operatorname{sen}(x)}{x}dx$

Integrais:

$\int xe^{\lambda x}\,\mathrm{d}x = \dfrac{e^{\lambda x}}{\lambda^2}(\lambda x - 1) + C$
$\int x^2 e^{\lambda x}\,\mathrm{d}x = e^{\lambda x}\left(\dfrac{x^2}{\lambda} - \dfrac{2x}{\lambda^2} + \dfrac{2}{\lambda^3}\right) + C$
$\int x^n e^{\lambda x}\,\mathrm{d}x = \dfrac{1}{\lambda}x^n e^{\lambda x} - \dfrac{n}{\lambda}\int x^{n-1}e^{\lambda x}\mathrm{d}x + C$
$\int x\cos(\lambda x)\,dx = \dfrac{\cos(\lambda x) + \lambda x\operatorname{sen}(\lambda x)}{\lambda^2} + C$
$\int x\operatorname{sen}(\lambda x)\,dx = \dfrac{\operatorname{sen}(\lambda x) - \lambda x\cos(\lambda x)}{\lambda^2} + C$
$\int e^{\lambda x}\operatorname{sen}(wx)\,dx = \dfrac{e^{\lambda x}(\lambda\operatorname{sen}(wx) - w\cos(wx))}{\lambda^2 + w^2}$

Tabela de transformadas de Laplace:

	$F(s)=\mathcal{L}\{f(t)\}$	$f(t)=\mathcal{L}^{-1}\{F(s)\}$
1	$\frac{1}{s}$	1
2	$\frac{1}{s^2}$	t
3	$\frac{1}{s^n}, \quad (n=1,2,3,...)$	$\frac{t^{n-1}}{(n-1)!}$
4	$\frac{1}{\sqrt{s}},$	$\frac{1}{\sqrt{\pi t}}$
5	$\frac{1}{s^{\frac{3}{2}}},$	$2\sqrt{\frac{t}{\pi}}$
6	$\frac{1}{s^k}, \quad (k>0)$	$\frac{t^{k-1}}{\Gamma(k)}$
7	$\frac{1}{s-a}$	e^{at}
8	$\frac{1}{(s-a)^2}$	te^{at}
9	$\frac{1}{(s-a)^n}, \quad (n=1,2,3...)$	$\frac{1}{(n-1)!}t^{n-1}e^{at}$
10	$\frac{1}{(s-a)^k}, \quad (k>0)$	$\frac{1}{\Gamma(k)}t^{k-1}e^{at}$
11	$\frac{1}{(s-a)(s-b)}, \quad (a\neq b)$	$\frac{1}{a-b}\left(e^{at}-e^{bt}\right)$
12	$\frac{s}{(s-a)(s-b)}, \quad (a\neq b)$	$\frac{1}{a-b}\left(ae^{at}-be^{bt}\right)$
13	$\frac{1}{s^2+w^2}$	$\frac{1}{w}\operatorname{sen}(wt)$
14	$\frac{s}{s^2+w^2}$	$\cos(wt)$
15	$\frac{1}{s^2-a^2}$	$\frac{1}{a}\operatorname{senh}(at)$
16	$\frac{s}{s^2-a^2}$	$\cosh(at)$
17	$\frac{1}{(s-a)^2+w^2}$	$\frac{1}{w}e^{at}\operatorname{sen}(wt)$
18	$\frac{s-a}{(s-a)^2+w^2}$	$e^{at}\cos(wt)$
19	$\frac{1}{s(s^2+w^2)}$	$\frac{1}{w^2}(1-\cos(wt))$
20	$\frac{1}{s^2(s^2+w^2)}$	$\frac{1}{w^3}(wt-\operatorname{sen}(wt))$
21	$\frac{1}{(s^2+w^2)^2}$	$\frac{1}{2w^3}(\operatorname{sen}(wt)-wt\cos(wt))$
22	$\frac{s}{(s^2+w^2)^2}$	$\frac{t}{2w}\operatorname{sen}(wt)$
23	$\frac{s^2}{(s^2+w^2)^2}$	$\frac{1}{2w}(\operatorname{sen}(wt)+wt\cos(wt))$
24	$\frac{s}{(s^2+a^2)(s^2+b^2)}, \quad (a^2\neq b^2)$	$\frac{1}{b^2-a^2}(\cos(at)-\cos(bt))$
25	$\frac{1}{(s^4+4a^4)}$	$\frac{1}{4a^3}[\operatorname{sen}(at)\cosh(at)-\cos(at)\operatorname{senh}(at)]$
26	$\frac{s}{(s^4+4a^4)}$	$\frac{1}{2a^2}\operatorname{sen}(at)\operatorname{senh}(at))$
27	$\frac{1}{(s^4-a^4)}$	$\frac{1}{2a^3}(\operatorname{senh}(at)-\operatorname{sen}(at))$
28	$\frac{s}{(s^4-a^4)}$	$\frac{1}{2a^2}(\cosh(at)-\cos(at))$

	$F(s)=\mathcal{L}\{f(t)\}$	$f(t)=\mathcal{L}^{-1}\{F(s)\}$
29	$\sqrt{s-a}-\sqrt{s-b}$	$\frac{1}{2\sqrt{\pi t^3}}(e^{bt}-e^{at})$
30	$\frac{1}{\sqrt{s+a}\sqrt{s+b}}$	$e^{\frac{-(a+b)t}{2}}I_0\left(\frac{a-b}{2}t\right)$
31	$\frac{1}{\sqrt{s^2+a^2}}$	$J_0(at)$
32	$\frac{s}{(s-a)^{\frac{3}{2}}}$	$\frac{1}{\sqrt{\pi t}}e^{at}(1+2at)$
33	$\frac{1}{(s^2-a^2)^k}, \quad (k>0)$	$\frac{\sqrt{\pi}}{\Gamma(k)}\left(\frac{t}{2a}\right)^{k-\frac{1}{2}}I_{k-\frac{1}{2}}(at)$
34	$\frac{1}{s}e^{-\frac{k}{s}}, \quad (k>0)$	$J_0(2\sqrt{kt})$
35	$\frac{1}{\sqrt{s}}e^{-\frac{k}{s}}$	$\frac{1}{\sqrt{\pi t}}\cos(2\sqrt{kt})$
36	$\frac{1}{s^{\frac{3}{2}}}e^{\frac{k}{s}}$	$\frac{1}{\sqrt{\pi t}}\operatorname{senh}(2\sqrt{kt})$
37	$e^{-k\sqrt{s}}, \quad (k>0)$	$\frac{k}{2\sqrt{\pi t^3}}e^{-\frac{k^2}{4t}}$
38	$\frac{1}{s}\ln(s)$	$-\ln(t)-\gamma, \quad (\gamma\approx 0,5772)$
39	$\ln\left(\frac{s-a}{s-b}\right)$	$\frac{1}{t}\left(e^{bt}-e^{at}\right)$
40	$\ln\left(\frac{s^2+w^2}{s^2}\right)$	$\frac{2}{t}(1-\cos(wt))$
41	$\ln\left(\frac{s^2-a^2}{s^2}\right)$	$\frac{2}{t}(1-\cosh(at))$
42	$\tan^{-1}\left(\frac{w}{s}\right)$	$\frac{1}{t}\operatorname{sen}(wt)$
43	$\frac{1}{s}\cot^{-1}(s)$	$\operatorname{Si}(t)$
44	$\frac{1}{s}\tanh\left(\frac{as}{2}\right)$	Onda quadrada $f(t)=\begin{cases}1, & 0<t<a\\ -1, & a<t<2a\end{cases}$ $f(t+2a)=f(t),\quad t>0$
45	$\frac{1}{as^2}\tanh\left(\frac{as}{2}\right)$	Onda triangular $f(t)=\begin{cases}\frac{t}{a}, & 0<t<a\\ -\frac{t}{a}+2, & a<t<2a\end{cases}$ $f(t+2a)=f(t),\quad t>0$
46	$\frac{w}{(s^2+w^2)\left(1-e^{-\frac{\pi}{w}s}\right)}$	Retificador de meia onda $f(t)=\begin{cases}\operatorname{sen}(wt), & 0<t<\frac{\pi}{w}\\ 0, & \frac{\pi}{w}<t<\frac{2\pi}{w}\end{cases}$ $f\left(t+\frac{2\pi}{w}\right)=f(t),\quad t>0$
47	$\frac{w}{s^2+w^2}\coth\left(\frac{\pi s}{2w}\right)$	Retificador de onda completa $f(t)=\lvert\operatorname{sen}(wt)\rvert$
48	$\frac{1}{as^2}-\frac{e^{-as}}{s\,(1-e^{-as})}$	Onda dente de serra $f(t)=\frac{t}{a},\quad 0<t<a$ $f(t)=f(t-a),\quad t>a$

• **Questão 1** (0.5 cada item) Considere a transformada de Laplace da função $f(t)$ dada na expressão abaixo:

$$F(s) = \frac{2 + (3s + 4)e^{-5s}}{s^3}$$

Na primeira coluna, marque a alternativa que apresenta uma expressão para $f(t)$. Na segunda coluna, marque a alternativa que apresenta uma expressão para $f'(t)$. Na terceira, marque a transformada de Laplace de $f'(t)$. E, na quarta, marque a transformada de Laplace de $f''(t)$.

$f(t)$:

( ) $f(t) = 3t^2 - 17t + 35$.

( ) $f(t) = t^2u(t) + (3t + 2t^2)u(t - 5)$.

( ) $f(t) = 2t^2u(t) + (3t + 4t^2)u(t - 5)$.

( ) $f(t) = 2t^2u(t) + (3(t - 5) + 4(t - 5)^2)u(t - 5)$.

(X) $f(t) = t^2u(t) + (3(t - 5) + 2(t - 5)^2)u(t - 5)$.

$f'(t)$:

( ) $f'(t) = 6t - 2$.

( ) $f'(t) = 2u(t) + (3 + 4t)u(t - 5)$.

( ) $f'(t) = 2tu(t) + (3 + 4t)u(t - 5)$.

(X) $f'(t) = 2tu(t) + (3 + 4(t - 5))u(t - 5)$.

( ) $f'(t) = 2tu(t) + (3(t - 5) + 4(t - 5))u(t - 5)$.

$\mathcal{L}\{f'(t)\}$:

(X) $\mathcal{L}\{f'(t)\} = \dfrac{2 + (3s + 4)e^{-5s}}{s^2}$.

( ) $\mathcal{L}\{f'(t)\} = \dfrac{2 + (3s + 4)e^{-5s}}{s}$.

( ) $\mathcal{L}\{f'(t)\} = \dfrac{2 + (3s + 4)e^{-5s} - s^2}{s^2}$.

( ) $\mathcal{L}\{f'(t)\} = \dfrac{2 + (3s + 4)e^{-5s} - s^2}{s}$.

( ) $\mathcal{L}\{f'(t)\} = \dfrac{2 + (3s + 4)e^{-5s}}{s^4}$.

$\mathcal{L}\{f''(t)\}$:

( ) $\mathcal{L}\{f''(t)\} = \dfrac{2 + (3s + 4)e^{-5s}}{s^2}$.

(X) $\mathcal{L}\{f''(t)\} = \dfrac{2 + (3s + 4)e^{-5s}}{s}$.

( ) $\mathcal{L}\{f''(t)\} = \dfrac{2 + (3s + 4)e^{-5s} - s^2 - s}{s^2}$.

( ) $\mathcal{L}\{f''(t)\} = \dfrac{2 + (3s + 4)e^{-5s} - s^2 - s}{s}$.

( ) $\mathcal{L}\{f''(t)\} = 2 + (3s + 4)e^{-5s}$.

• **Questão 2** (0.5 cada item) Considere a transformada de Laplace da função $f(t)$ dada na expressão abaixo:

$$F(s) = \frac{s+1}{30s + 31s^2 + 10s^3 + s^4}$$

Observe que o objetivo aqui não é calcular a transformada inversa.

Na primeira coluna, marque a alternativa que apresenta uma expressão para a transformada de Laplace de $tf(t)$. Na segunda coluna, marque a alternativa que apresenta o limite $\lim_{t\to\infty} f(t)$. Na terceira, marque a alternativa que apresenta uma expressão para $\mathcal{L}\{e^{2t}f(t)\}$. E, na quarta, marque a alternativa que apresenta a transformada de Laplace de $(f * f)(t)$.

$\mathcal{L}\{tf(t)\}$:

(X) $\mathcal{L}\{tf(t)\} = \frac{30 + 62s + 61s^2 + 24s^3 + 3s^4}{s^2(30 + 31s + 10s^2 + s^3)^2}$.

( ) $\mathcal{L}\{tf(t)\} = -\frac{30 + 62s + 61s^2 + 24s^3 + 3s^4}{s(30 + 31s + 10s^2 + s^3)}$.

( ) $\mathcal{L}\{tf(t)\} = -\frac{1}{30 + 62s + 30s^2 + 4s^3}$.

( ) $\mathcal{L}\{tf(t)\} = \frac{s+1}{30 + 31s + 10s^2 + s^3}$.

( ) $\mathcal{L}\{tf(t)\} = \frac{s+1}{30s + 31s^2 + 10s^3 + s^4}$.

$\lim_{t\to\infty} f(t)$:

( ) $\lim_{t\to\infty} f(t) = 0$.

( ) $\lim_{t\to\infty} f(t) = \frac{1}{31}$.

(X) $\lim_{t\to\infty} f(t) = \frac{1}{30}$.

( ) $\lim_{t\to\infty} f(t) = \frac{1}{10}$.

( ) $\lim_{t\to\infty} f(t) = 1$.

$\mathcal{L}\{e^{2t}f(t)\}$:

( ) $\frac{(s+2)+1}{30(s+2) + 31(s+2)^2 + 10(s+2)^3 + (s+2)^4}$.

(X) $\frac{(s-2)+1}{30(s-2) + 31(s-2)^2 + 10(s-2)^3 + (s-2)^4}$.

( ) $(s-2)\frac{s+1}{30s + 31s^2 + 10s^3 + s^4}$.

( ) $e^{-2s}\frac{s+1}{30s + 31s^2 + 10s^3 + s^4}$.

( ) $u(s-2)\frac{s+1}{30s + 31s^2 + 10s^3 + s^4}$.

$\mathcal{L}\{(f * f)(t)\}$:

( ) $\left(\frac{s+1}{30 + 31s + 10s^2 + s^3}\right)^2$

( ) $\frac{s+1}{30 + 31s + 10s^2 + s^3}$

( ) $\frac{s+1}{30s + 31s^2 + 10s^3 + s^4}$

( ) $\int_s^\infty \left(\frac{v+1}{30v + 31v^2 + 10v^3 + v^4}\right) dv$

(X) $\left(\frac{s+1}{30s + 31s^2 + 10s^3 + s^4}\right)^2$

• **Questão 3** (3.0 pontos) Um sistema mecânico com massa m, coeficiente de amortecimento c e constante de mola k é representado pela seguinte equação diferencial:

$$my''(t) + cy'(t) + ky(t) = F(t)$$

onde $F(t)$ é uma força externa aplicada ao sistema. Considere que a força externa é zero, ou seja, $F(t) = 0$.

a) (1.0 ponto) Encontre uma expressão geral para $Y(s)$.

b) (1.0) Explique os três regimes de amortecimento de um sistema de segunda ordem, indicando como diferenciá-los e escreva a forma geral da solução e um gráfico qualitativo para cada um dos três.

c) (1.0) Encontre $Y(s)$ e $y(t)$ para o caso específico em que $m = 1$, $c = 2$ e $k = 5$ e as condições iniciais são $y(0) = 1$ e $y'(0) = 0$.

Solução do item a)
Tomando a transformada de Laplace, temos

$$m\left[s^2Y(s) - sy(0) - y'(0)\right] + c\left[sY(s) - y(0)\right] + kY(s) = 0$$

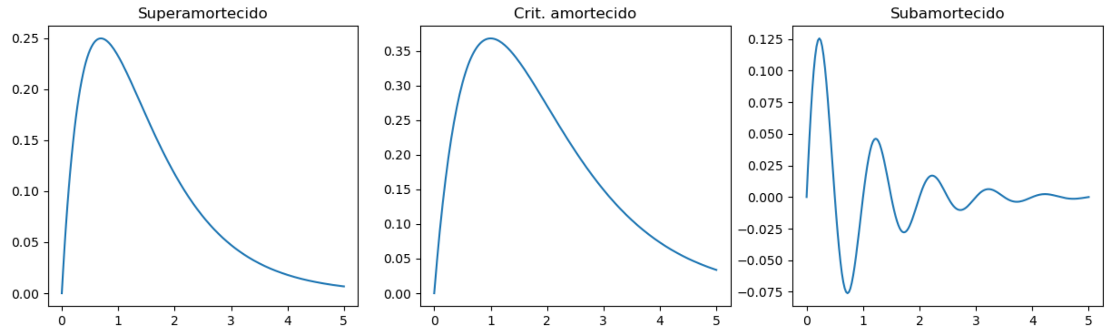
O que resulta em:

$$Y(s) = \frac{smy(0) + my'(0) + cy(0)}{ms^2 + cs + k}$$

Solução do item b)
Obs: Para o sistema físico ser amortecido as três constantes devem ser positivas. O caso $c = 0$ seria não-amortecido.
A fim de calcular a transformada inversa, precisamos identificar as raízes do denominador. Temos três casos em função do discriminante $\Delta = c^2 - 4mk$:

$\Delta > 0$	raízes reais distintas	$ms^2 + cs + k = m(s-a)(s-b)$	$y(t) = Ae^{at} + Be^{bt} \quad (a \neq b)$	superamort.
$\Delta = 0$	raiz real dupla	$ms^2 + cs + k = m(s-a)^2$	$y(t) = (A + Bt)\,e^{at}$	crit. amort.
$\Delta < 0$	raízes complexo-conjugadas	$ms^2 + cs + k = m\left[(s-a)^2 + w_0^2\right]$	$y(t) = e^{at}\left[A\cos(w_0 t) + B\,\mathrm{sen}(w_0 t)\right]$	superamort.

Aqui a e b são constantes reais negativas, pelo que as exponenciais são decrescentes. A frequência w_0 é real e pode ser escolhida de qualquer sinal.
Os seguintes gráficos foram traçados com $a = -1$, $b = -2$, $w_0 = 2\pi$, $y(0) = 0$ e $y'(0) = 1$.



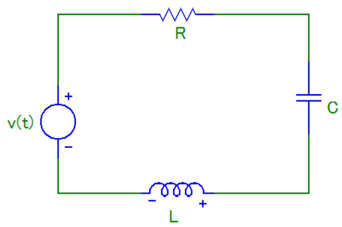
Solução do item c)
O caso particular é dado por:

$$Y(s) = \frac{s+2}{s^2 + 2s + 5} = \frac{s+2}{(s+1)^2 + 2^2} = \frac{s+1}{(s+1)^2 + 2^2} + \frac{1}{(s+1)^2 + 2^2}$$

isto é:

$$y(t) = e^{-t}\cos(2t) + \frac{1}{2}e^{-t}\,\mathrm{sen}(2t) = e^{-t}\left[\cos(2t) + \frac{1}{2}\,\mathrm{sen}(2t)\right]$$

• **Questão 4** (3.0 pontos): Considere o circuito RLC representado na figura abaixo:



onde $L = 1H$, $R = 3\Omega$ e $C = \frac{1}{2}F$, a carga inicial no capacitor e a corrente incial na malha são nulas. Use a teoria das transformadas de Laplace para calcular a corrente $i(t)$ quando a tensão $v(t)$ na fonte é dada por

$$v(t) = \begin{cases} 0, & 0 \leq t < 2, \\ 1, & t > 2. \end{cases}$$

Lembre que este circuito é governado pela seguinte equação:

$$L\frac{di(t)}{dt} + Ri(t) + \frac{1}{C}\left(q(0) + \int_0^t i(\tau)d\tau\right) = v(t).$$

a) (1.0) Encontre $I(s)$.

b) (1.0) Encontre $i(t)$.

c) (1.0) Esboce o gráfico de $i(t)$, indicando eixos e valores notáveis.

Solução do item a): Tomando a transformada de Laplace e condições iniciais nulas, temos:

$$sI(s) + 3I(s) + \frac{2}{s}I(s) = \frac{e^{-2s}}{s}.$$

multiplicando por s, temos:

$$(s^2 + 3s + 2)I(s) = e^{-2s}.$$

Isto é :

$$I(s) = \frac{e^{-2s}}{s^2 + 3s + 2} = \frac{e^{-2s}}{(s+1)(s+2)}.$$

Solução do item b):
Sabemos que:

$$\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{(s+1)(s+2)}\right\} = e^{-t} - e^{-2t}$$

Usando a propriedade do deslocamento, obtemos:

$$i(t) = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{e^{-2s}}{(s+1)(s+2)}\right\} = \left(e^{-(t-2)} - e^{-2(t-2)}\right)u(t-2)$$

Solução do item c):
Primeiramente, sabemos que $t(t) = 0$ se $t < 2$. Além disso temos:

$$\lim_{t\to 2+} i(t) = \lim_{t\to+\infty} i(t) = 0.$$

Ademais, como $e^{-t} > e^{-2t}$ para $t > 0$, temos que $i(t) > 0$ para $t > 2$.

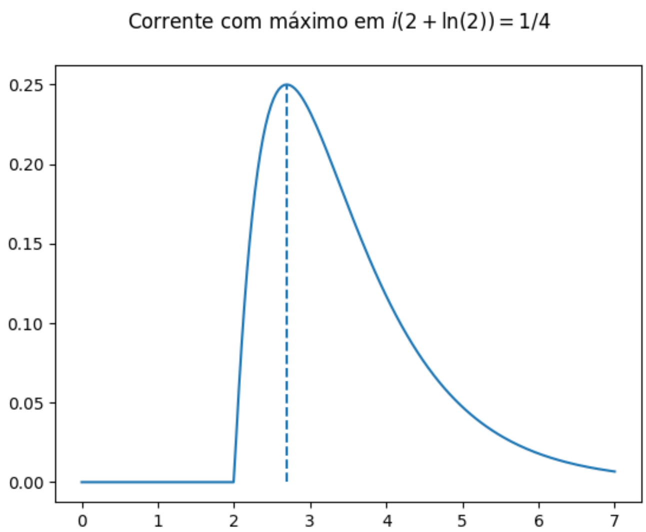
Concluímos que a função deve ter apresentar pelo menos um ponto de máximo em $t > 2$. Sendo a i(t) diferenciável para t¿2, calculamos o ponto de máximo de $i(t)$ através da sua derivada:

$$i'(t) = -e^{-(t-2)} + 2e^{-2(t-2)} = -e^2e^{-t} + 2e^4e^{-2t}, \quad t > 2.$$

A derivada se anula quando:

$$e^2e^{-t} = 2e^4e^{-2t} \to e^t = 2e^2.$$

Assim o ponto de máximo acontece em $t_* = 2 + \ln(2) > 2$ e $i(t_*) = 1/2 - 1/4 = 1/4$.


Corrente com máximo em $i(2+\ln(2)) = 1/4$
0.25
0.20
0.15
0.10
0.05
0.00
0
1
2
3
4
5
6
7