Primeira avaliação - MAT01168 - MATEMÁTICA APLICADA II - Turma A

Nome: Cartão:

Regras a observar:

- Seja sucinto porém completo.
- Justifique todo procedimento usado.
- Use notação matemática consistente.
- Ao usar sistemas de coordenadas curvilíneas (cilíndricas, esféricas etc), indique a correspondência para o sistema de coordenadas cartesianas (x,y,z).
- Trabalhe individualmente e sem uso de material de consulta além do fornecido.
- Devolva o caderno de questões preenchido ao final da prova.
- Não é permitido destacar folhas nem usar folhas adicionais.
- Não é permitido o uso de calculadoras.

Questão 1 (2.5) Um partícula carregada entra em um ambiente onde há um campo magnético constante e sob a ação desta força passa a descrever a seguinte trajetória:

$$\vec{r}(t) = a\cos wt\vec{i} + a\sin wt\vec{j} + cwt\vec{k}, t \geq 0$$

onde a e c são constantes positivas e w é a velocidade angular da partícula (uma constante positiva).

a) (1.5) Calcule a velocidade ($\vec{v}$), a aceleração ($\vec{a}$) e suas componentes normal e tangencial.

b) (1.0) Use o resultado anterior para obter os vetores unitários $\vec{T}$ e $\vec{N}$.

Questão 2 (2.0) Um corpo de massa m se move sob a ação exclusiva de uma força radial $\vec{F} = f(r)\hat{r}$, onde $r = \|\vec{r}\|$ e $f(r)$ é uma função diferenciável associada a um potencial central $V(r)$.

a) (1.0) Mostre que o momento angular $\vec{L}$ do corpo dado por

$$\vec{L} = m(\vec{r} \times \vec{v})$$

é preservado.

b) (1.0) Calcule o potencial $V(r)$ quando $\vec{F} = -e^{-\lambda r}\hat{r}$

Questão 3 (2.5) Calcule o trabalho realizado pelo campo de forças $\vec{F} = xz\vec{i} + x^3\vec{j} + xyz\vec{k}$ ao deslocar uma partícula ao longo da circunferência de raio 1 centrada no ponto $(0,0,0)$ sobre o plano $z = 0$ orientada no sentido horário. Qual seria o valor do trabalho se o deslocamento acontessece no sentido contrário?

Questão 4 (3.0) Considere o campo vetorial dado por $\vec{F} = (1 + z^2)\vec{k}$ e a superfície S limitada superiormente pela esfera centrada na origem de raio 1 e inferiormente pelo plano $z = 0$.

a) (1.50) Calcule o fluxo de $\vec{F}$ através da superfície S orientada para fora através de um parametrização direta da superfície, isto é, usando a definição de fluxo e sem usar o Teorema da Divergência.

b) (1.50) Calcule o fluxo de $\vec{F}$ através da superfície S orientada para fora através do teorema da divergência.