Primeira avaliação - MAT01168 - MATEMÁTICA APLICADA II - Turma C

Nome: Cartão:

Regras a observar:

- Seja sucinto porém completo.
- Justifique todo procedimento usado.
- Use notação matemática consistente.
- Ao usar sistemas de coordenadas curvilíneas (cilíndricas, esféricas etc), indique a correspondência para o sistema de coordenadas cartesianas (x,y,z).
- Trabalhe individualmente e sem uso de material de consulta além do fornecido.
- Devolva o caderno de questões preenchido ao final da prova.
- Não é permitido destacar folhas nem usar folhas adicionais.
- Não é permitido o uso de calculadoras.

Questão 1 (2.5) Um automóvel se desloca sobre uma pista horizontal em forma de elipse, cujo raio de curvatura varia entre $100m$ e $800m$.

a) (1.5) Parametrize uma elipse em coordenadas cartesianas no plano xy e, a partir dessa parametrização, calcule o comprimento de cada um dos semi-eixos.

b) (1.0) Calcule a velocidade escalar máxima com que o automóvel pode percorrer a pista sem que sua aceleração normal supere $4m/s^2$.

Dica: Os máximos e mínimos do raio de curvatura de uma elipse acontecem nos vértices.

Questão 2 (2.5) Considere o campo vetorial dado por $\vec{F} = f(r)\vec{r}$, onde $r = \|\vec{r}\|$ e $f(r)$ é uma função diferenciável.

a) (1.5) Calcule o rotacional e o divergente de $\vec{F}$.

b) (1.0) Para $f(r) = \cosh(r)$, calcule a circulação de $\vec{F}$ ao realizar uma volta ao longo da curva descrita pela equação

$$x^2 + y^2 = 9$$

orientada no sentido horário.

Questão 3 (2.0) Calcule o trabalho realizado pelo campo de forças $\vec{F} = -\cos^2(x)\, y\, \vec{i} + (z^2 + y^2)\vec{j}$ ao deslocar uma partícula ao longo do quadrado cujos vértices são $(0,0,0)$, $(\pi,0,0)$, $(\pi,2,0)$ e $(0,2,0)$ no sentido anti-horário.

Questão 4 (3.0) Considere o campo vetorial dado por $\vec{F} = x\vec{i} + y\vec{j} + (1+z)\vec{k}$. E a superfície S limitada inferiormente pelo plano $z = 1$ e superiormente pela superfície que satisfaz a equação

$$z = 1 - x^2 - y^2.$$

a) (1.25) Calcule o fluxo de $\vec{F}$ através da superfície S orientada para fora através de um parametrização direta da superfície, isto é, sem usar o Teorema da Divergência.

b) (1.25) Calcule o fluxo de $\vec{F}$ através da superfície S orientada para fora através do Teorema da Divergência.

c) (0.5) Determine o fluxo de $\vec{F}$ através da superfície S orientada para dentro.