UFRGS – INSTITUTO DE MATEMÁTICA
Departamento de Matemática Pura e Aplicada
MAT01168 - Turma C - 2012/2
Primeira avaliação - Grupo 1

1	2	3	4	Total

Nome: ______________________________ **Cartão:** ______________

Regras a observar:

- Seja sucinto porém completo.
- Justifique todo procedimento usado.
- Use notação matemática consistente.
- Ao usar sistemas de coordenadas curvilíneas (cilíndricas, esféricas etc), indique a correspondência para o sistema de coordenadas cartesianas (x,y,z).
- Trabalhe individualmente e sem uso de material de consulta além do fornecido.
- Devolva o caderno de questões preenchido ao final da prova.
- Não é permitido destacar folhas nem usar folhas adicionais.
- Não é permitido o uso de calculadoras.

Formulário:

1. $\cosh(x) = \frac{e^x+e^{-x}}{2}$
2. $\operatorname{senh}(x) = \frac{e^x-e^{-x}}{2}$
3. $\cos(t) = \frac{e^{it}+e^{-it}}{2}$
4. $\operatorname{sen}(t) = \frac{e^{it}-e^{-it}}{2i}$
5. $\cos(2t) = \cos^2(t) - \operatorname{sen}^2(t)$
6. $\operatorname{sen}(2t) = 2\operatorname{sen}(t)\cos(t)$
7. $(a+b)^n = \sum_{j=0}^{n} \binom{j}{n} a^{n-j} b^j$, $\binom{j}{n} = \frac{n!}{(n-j)!j!}$

- **Questão 1** (2.5 pontos): Considere o campo vetorial dado por

$$\vec{F} = z^2\vec{k}$$

e a região V limitada superiormente por

$$z = 2$$

e inferiormente por $x^2 + y^2 - z^2 = 0$. Calcule o fluxo de $\vec{F}$ através da superfície S que limita V orientada para fora usando:

  - **Item a** (1.25) O Teorema da Divergência.
  - **Item b** (1.25) Uma integral direta sobre a superfície usando parametrizações adequadas.

• **Questão 2** (2.5 pontos): Use o Teorema de Stokes para calcular o trabalho realizado pelo campo de força

$$\vec{F} = xz^2 \cos(y)\vec{i} + \cos(y)\vec{j} + \operatorname{sen}(yz)\vec{k}$$

ao delocar uma partícula ao longo do triângulo de vértices:

$$V_1 = (0,0,0), \quad V_2 = (0,0,1) \quad \text{e} \quad V_3 = (1,0,0)$$

orientado no sentido $V_1 \to V_2 \to V_3 \to V_1$.

• **Questão 3** (3.0 pontos): Uma partícula se move com velocidade escalar constante igual a 3 m/s ao longo de uma trajetória sobre o plano xy descrita por $y = e^{2x}$ no sentido de x crescente. Encontre o ponto onde a curvatura da trajetória é máxima e calcule a aceleração tangencial e normal neste ponto.

- **Questão 4** (2.0 pontos) Mostre que se $\vec{u}$ é um vetor constante e $\vec{r}$ é o vetor posição, então

  a) (0.50) $\vec{\nabla}\,(\vec{r}\cdot\vec{r}) = 2\vec{r}$

  b) (0.75) $\vec{\nabla}\cdot(\vec{u}\times\vec{r}) = 0$

  c) (0.75) $\vec{\nabla}\times(\vec{u}\times\vec{r}) = 2\vec{u}$