**UFRGS – Instituto de Matemática e Estatística**
**Depto. de Matemática Pura e Aplicada**
**MAT01168 – Matemática Aplicada II – Turma A**
**1ª Avaliação**

**Questão 1** *(1,2 pontos)*. Considere uma curva $C$ com parametrização $r(t) := e^t\mathbf{i} - e^{-t}\mathbf{j} + \sqrt{2}\,t\mathbf{k}$. Assinale a alternativa que corresponde ao comprimento do arco dado pelo intervalo $t \in [0,2]$:

---

a) $e^2 - e^{-2}$; b) $\int_0^2 \sqrt{\left(e^{2t} - e^{-2t} + \sqrt{2}\right)}dt$; c) $e^4 - e^{-4}$;
d) $\int_0^2 \left|e^t + e^{-t} - \sqrt{2}\right|dt$; e) $2\left(e^2 - e^{-2}\right)$.

**Questão 2** *(1,2 pontos)*. O campo elétrico gerado por uma distribuição espacial de carga é dado por

$$E(x,y,z) = \left(\frac{x^3}{3} - yz^2\right)\mathbf{i} + \left(xz + \frac{y^3}{3}\right)\mathbf{j} + \left(-2z + \frac{z^3}{3} + y^2\right)\mathbf{k}.$$

Assinale a alternativa que corresponde ao fluxo desse campo por uma esfera de raio 1 e centro na origem:

---

a) $4\pi$; b) $-1$; c) $-\frac{3}{5}\pi$;
d) $0$; e) $-\frac{28}{15}\pi$.

**Questão 3** *(1,2 pontos)*. Uma trajetória no plano $z = 0$ percorre uma curva cuja equação explícita é $y = \cos(x)$. Determine a equação que a função $x(t)$ deve satisfazer para que parametrização $r(t) = x(t)\mathbf{i} + \cos(x(t))\mathbf{j}$ produza uma trajetória com módulo de velocidade constante e igual a $v_0 > 0$.

---

a) $x(t) = v_0\cos(t)$; b) $x' - \dfrac{v_0^2}{1 + x'\text{sen}(x)^2} = 0$; c) $x' - \dfrac{v_0}{\sqrt{1 + \text{sen}(x)^2}} = 0$;
d) $x(t) = \sqrt{v_0^2 + \cos(t)^2}$; e) $x'' - \dfrac{v_0}{\sqrt{1 + \text{sen}(x')^2}} = 0$.

**Questão 4** *(1,2 pontos)*. Sejam as funções continuamente diferenciáveis $f, g, h : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ e o campo vetorial $F(x,y,z) = h(x)\mathbf{i} + f(z)\mathbf{j} + g(y)\mathbf{k}$. Escolha a alternativa que corresponde ao produto escalar $\mathbf{j} \cdot \nabla \times F$:

---

a) $h'(x)$; b) $h'(x)\mathbf{j}$; c) $g'(y)$;
d) $0$; e) $-f'(z)$.

**Questão 5** *(1,2 pontos)*. Sejam respectivamente $v$ e $a$ as derivadas primeira e segunda da função vetorial parametrização de uma curva. Dadas as seguintes sentenças:
I) Se $v \times a$ permanece constante, então a curva está contida em um plano.
II) Os vetores $v$ e $a$ são sempre ortogonais em curvas não retilíneas;
III) Se $a$ é sempre normal à curva, então $|v|$ é constante.
É correto afirmar que:

---

a) Apenas I é correta; b) Apenas II é correta; c) Apenas III é correta;
d) Apenas I e II são corretas; e) Apenas I e III são corretas.

| Q | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| a | x | | | | | | | | x | |
| b | | | | | | | x | | | x |
| c | | | x | | | | | x | | |
| d | | | | x | | | | | | |
| e | | x | | | x | x | | | | |

**Questão 6** *(1,2 pontos)*. Seja o campo vetorial $F(x,y,z) = \left(e^x y^2 + \cos(x)\mathrm{sen}(y)\right)\mathbf{i} + (2e^x y + \mathrm{sen}(x)\cos(y))\,\mathbf{j} + 3\mathbf{k}$. Dadas as seguintes sentenças:

I) $F$ é gradiente de um campo escalar.

II) A integral de linha de $F$ ao longo do círculo de raio 1 no plano $z = 3$ e com centro na origem é igual $6\pi$ ;

III) O fluxo do rotacional de $F$ é nulo em qualquer superfície aberta finita orientável.

É correto afirmar que:

---

a) Apenas I é correta; b) Apenas II é correta; c) Apenas III é correta;
d) Apenas I e II são corretas; e) Apenas I e III são corretas.

**Questão 7** *(1,2 pontos)*. Escolha a alternativa que corresponde ao valor da derivada do campo escalar $\Phi(x,y,z) \coloneqq x^2 y\cos(xz)$ no ponto de coordenadas $(\pi, 1, 1)$ e na direção do vetor $4\mathbf{i} - 3\mathbf{k}$:

---

a) $\dfrac{2\pi}{5}$; b) $-\dfrac{8\pi}{5}$; c) 0;

d) $\dfrac{4\pi}{5}$; e) $\dfrac{3}{5}$.

**Questão 8** *(1,2 pontos)*. Seja o campo vetorial $F(x,y,z) \coloneqq \cos(y)\mathbf{i} + (2y - x\mathrm{sen}(y))\,\mathbf{j}$. Assinale a alternativa que corresponde ao valor da integral de linha $\int_C F \cdot dr$ onde $C$ é a curva $y = \mathrm{sen}\left(\dfrac{\pi}{2}x\right)$ no plano $z = 0$ entre os pontos de coordenada $(-1,-1,0)$ e $(1,1,0)$:

---

a) $-\pi$; b) $\mathrm{sen}(1)$; c) $2\cos(1)$;
d) $\dfrac{\pi}{2}$; e) 0.

**Questão 9** *(1,2 pontos)*. Seja o campo vetorial $F(x,y,z) = x^2\mathbf{i} + \cos(xy)\mathbf{j} - \dfrac{1}{3}\mathbf{k}$ e $S$ um disco contido no plano $z = 0$. Assinale a alternativa com o valor do raio do disco $S$ se

$$\iint_S F \cdot n\, dS = -3\pi :$$

---

a) 3; b) $\int_0^R \int_0^{2\pi} -\dfrac{1}{3} d\theta d\rho$; c) 1/3;
d) 1; e) $R$ satisfaz $\int_0^R \int_0^{2\pi} \left(\rho^2 + \cos\left(\rho^2 \mathrm{sen}(\theta/2)\right)\right) d\theta d\rho = -3\pi$.

**Questão 10** *(1,2 pontos)*. Seja o campo vetorial *solenoidal* $F(x,y,z) = e^x\mathrm{sen}(z)\mathbf{i} + (h(x,y) - g(y,z))\,\mathbf{j} + e^x\cos(z)\mathbf{k}$. Assinale a alternativa com afirmação correta:

---

a) $\dfrac{\partial h}{\partial x} - \dfrac{\partial g}{\partial z} = 0$; b) $\dfrac{\partial h}{\partial y} = \dfrac{\partial g}{\partial y}$; c) $\dfrac{\partial h}{\partial y} = \dfrac{h - z}{\tan(y)}$;
d) $\dfrac{\partial h}{\partial y}\dfrac{\partial g}{\partial y} = 0$; e) $F$ não pode ser solenoidal.